

# Identificatie van strategiegebruik bij rekenen via niet-verbale methoden: mogelijkheden, beperkingen en inhoudelijke bevindingen. Een inleiding.

J. Torbeyns, M. Hickendorff, en L. Verschaffel

## 1 Inleiding

Sinds de opkomst van de cognitieve benadering in de psychologie nemen studies naar de strategieën die kinderen en volwassenen gebruiken om elementaire rekentaken op te lossen een belangrijke plaats in binnen het cognitief psychologisch en onderwijskundig onderzoek naar rekenen (De Corte, Greer, & Verschaffel, 1996; Greer & Verschaffel, 1990). Vertrekkend van de assumptie dat mensen informatie niet passief absorberen maar actief verwerken en construeren, beoogden steeds meer onderzoekers de structuren en processen die ten grondslag liggen aan het verwerven van informatie op het domein van het rekenen nauwkeurig in kaart te brengen. Vanaf de start van deze nieuwe onderzoekslijn werd bijzondere aandacht besteed aan de strategieën die mensen hanteren om elementaire rekentaken op te lossen en de wijze waarop zij elementaire rekenfeiten opslaan in het lange termijn geheugen (zie bijvoorbeeld het onderzoek van Ashcraft, 1982; Ashcraft & Stazyk, 1981; Brown & Burton, 1978; Carpenter & Moser, 1984; De Corte & Verschaffel, 1987; Dugas & Kellas, 1974; Groen & Parkman, 1972; Stazyk, Ashcraft, & Hamann, 1982).

Deze verandering in centrale onderzoeksfocus ging gepaard met veranderingen in onderzoeksmethodologie: aangezien cognitieve strategieën inwendig – *in* het hoofd – worden uitgevoerd en dus niet rechtstreeks waarneembaar zijn, werd de methode van het observeren van uitwendige gedragingen aangevuld met en vervangen door nieuwe onderzoeksmethoden, waaronder het verzamelen van verbale zelfrapporteringen van strategiegebruik. Deze verbale zelfrapporteringen kunnen bruikbare informatie over de toegepaste strategieën opleveren, maar er zijn ook kritische vragen met betrekking tot de betrouwbaarheid en validiteit van deze rapporteringen

te stellen. Als alternatief zijn er dan ook verschillende vormen van niet-verbale strategie-identificatiemethoden voorgesteld, zoals reactietijdgegevens, oogbewegingenonderzoek en neuropsychologische methoden.

De mogelijkheden en beperkingen van verschillende niet-verbale methoden om rekenstrategieën te identificeren staan centraal in dit themanummer. In deze inleiding bespreken we eerst de mogelijkheden en beperkingen in het gebruik van verbale zelfrapporteringen ter identificatie van het strategiegebruik van kinderen en volwassenen en staan we vervolgens stil bij de mogelijke meerwaarde van het gebruik van niet-verbale methoden. We sluiten deze inleidende bijdrage af met een schets van de inhoud en opbouw van het themanummer.

## 2 Verbale zelfrapporteringen van strategiegebruik

Het gebruik van verbale zelfrapporteringen als onderzoeksmethode komt in essentie neer op het aan de proefpersonen vragen verbaal te rapporteren hoe ze de aangeboden taken oplossen (tijdens de taakuitvoering) dan wel opgelost hebben (direct erna) (Ericsson & Simon, 1980). Deze methode kende echter vanaf de start zowel voor- als tegenstanders (Crutcher, 1994; Ericsson & Crutcher, 1991). Terwijl de voorstanders focusten op de meerwaarde van deze verbale zelfrapporteringen voor het in kaart brengen van inwendig verlopende processen, zagen de critici primair inherente methodologische tekorten. Als grootste tekorten verbonden aan de methode van verbale zelfrapporteringen werden mogelijke problemen met de betrouwbaarheid en validiteit van de verzamelde gegevens evenals mogelijke beïnvloeding/reactiviteit van deze methode op het gedrag van de proefpersonen genoemd (De Corte, Lowyck, & Verschaffel, 1986; Ericsson & Simon, 1980,

1984, 1993; Kirk & Ashcraft, 2001). Doordat cognitieve processen, zoals oplossingsstrategieën bij rekenen, niet altijd bewust verlopen, niet altijd in verbale vorm plaatsvinden en niet altijd gelijktijdig met het oplossingsproces gerapporteerd moeten of kunnen worden, uitten de tegenstanders van deze methode serieuze vragen bij de nauwkeurigheid, volledigheid en inhoudelijke validiteit van de aldus verzamelde data. Bovendien waren critici ook wantrouwig ten aanzien van de ecologische validiteit van verbale zelfrapporteringsdata: door de proefpersonen te vragen hun cognitieve processen verbaal te rapporteren, valt het niet uit te sluiten dat zij sterker zullen nadenken over deze processen dan in een (meer gebruikelijke) situatie waarin ze niet gevraagd worden om hun denkprocessen verbaal te rapporteren, wat mogelijk kan resulteren in andere processen en uitkomsten.

Aansluitend bij deze discussies tussen voor- en tegenstanders van verbale zelfrapporteringen als waardevolle methode om de aard en het verloop van cognitieve processen te onderzoeken, formuleerden Ericsson en Simon (1993) richtlijnen voor het methodologisch correct gebruik van verbale zelfrapporteringen. Dit waren onder andere het selecteren van gepaste cognitieve taken, d.i. taken die bewust uitgevoerde cognitieve processen in bij voorkeur het verbale format uitlokken, het geven van duidelijke instructies bij de start van het onderzoek, en het verzamelen van verbale zelfrapporteringen tijdens dan wel meteen na (minimaal tijdsinterval) het oplossingsproces.

Ook in het domein van het rekenen werd de mogelijke meerwaarde van het gebruik van verbale zelfrapporteringen om strategiegebruik te identificeren de voorbije decennia sterk bediscussieerd. De pittige discussies die aan het einde van de vorige eeuw plaatsvonden tussen enerzijds de onderzoeksgroep van LeFevre en collega's (LeFevre, Bisanz, Daley, Buffone, Greenham, & Sadesky, 1996; LeFevre, Sadesky, & Bisanz, 1996) en anderzijds Ashcraft en collega's (Kirk & Ashcraft, 2001) illustreren dit.

LeFevre en collega's (LeFevre, Bisanz, et al., 1996; LeFevre, Sadesky et al., 1996) vertrokken van de mogelijke meerwaarde van

verbale zelfrapporteringen voor het in kaart brengen van rekenstrategieën. Zij onderzochten de strategieën die volwassenen toepassen om verschillende soorten van elementaire optel- en vermenigvuldigopgaven te beantwoorden via zowel verbale zelfrapporteringen verzameld meteen na het beantwoorden van elke opgave, als accuratesse- en snelheidsgegevens. Op basis van de analyses van al deze gegevens concludeerden de onderzoekers ten eerste dat volwassenen gebruik maken van een rijke variëteit aan strategieën om elementaire optel- en vermenigvuldigopgaven op te lossen. In tegenstelling tot de op dat moment toonaangevende modellen (cf. Ashcraft, 1982) boden de verbale zelfrapporteringen evidentie voor het gebruik van niet alleen de geheugenstrategie (d.i., het antwoord op de opgave rechtstreeks uit het geheugen oproepen; bijvoorbeeld  $9 + 6 =$  [onmiddellijk] 15) maar ook diverse procedurele strategieën (d.i., het stapsgewijze oplossen van de opgave door te tellen, de opgave op te splitsen in deelproblemen en/of gebruik te maken van andere, gekende rekenfeiten; bijvoorbeeld  $9 + 6 = 9 + 1 + 5 = 10 + 5 = 15$ ) om deze opgaven te beantwoorden. Een tweede bevinding was dat de informatie verzameld via verbale zelfrapporteringen betrouwbaar en valide kan worden beschouwd, aangezien zowel de analyses van de accuratesse- en snelheidsdata als die met betrekking tot de afstemming van het strategiegebruik op de verschillende types opgaven de (op basis van verbale zelfrapporteringen) onderscheiden soorten geheugen- en procedurele strategieën ondersteunden.

In een kritische reactie op deze studies van LeFevre en collega's stelden Kirk en Ashcraft (2001) de waarde van verbale zelfrapporteringen voor het onderzoeken van rekenstrategieën bij volwassenen opnieuw sterk in vraag. Zij manipuleerden het type instructie door de proefpersonen te instrueren om hun strategiegebruik *wel of niet* te rapporteren, met in de rapporteringsconditie neutrale versus op een specifieke strategie gerichte instructie. De resultaten leverden volgens de onderzoekers evidentie voor de mogelijke reactiviteit: deelnemers die de opdracht kregen hun strategiegebruik verbaal te rapporteren meteen na het

oplossen van elke opgave en daarbij in het bijzonder werden gewezen op het gebruik van ofwel de geheugenstrategie ofwel een procedurele strategie, rapporteerden deze specifieke strategie frequenter dan de andere deelnemers. Ook de verzamelde accuratesse- en snelheidsdata boden empirische steun voor het frequenter gebruik van de specifieke strategie: deelnemers van wie de aandacht tijdens de experimentele instructie werd gericht op het gebruik van de geheugenstrategie beantwoordden de opgaven sneller en accurater dan de andere deelnemers, terwijl proefpersonen van wie de aandacht op een procedurele strategie werd gericht juist trager en met meer fouten antwoordden.

De discussie tussen de voor- en tegenstanders van verbale strategie-identificatiemethoden is op dit moment nog niet beslecht; daarom is het waardevol om de mogelijkheden en beperkingen van niet-verbale methoden te onderzoeken.

### 3 Niet-verbale strategie-identificatiemethoden

Een eerste, van oudsher erg frequent gebruikte niet-verbale strategie-identificatiemethode is de analyse van reactietijdgegevens (RT-data) (zie bijvoorbeeld Ashcraft, 1982; Groen & Parkman, 1972; Groen & Poll, 1973). Aan de basis van deze methode ligt de assumptie dat verschillende soorten van strategieën een verschillend aantal tussenstappen en/of tussenstappen van verschillende moeilijkheid vragen, en daarmee ook een verschillende hoeveelheid tijd op basis van deze tussenstappen. In deze methode wordt de toegepaste strategie daarom rechtstreeks afgeleid uit de verzamelde RT-data. Zo onderscheidde Groen en collega's (Groen & Parkman, 1972; Groen & Poll, 1973) verschillende soorten van telstrategieën die kinderen gebruiken om elementaire optel- en aftrekepgaven te beantwoorden op basis van de tijd die zij nodig hadden om deze opgaven op te lossen, waaronder handig verder tellen van de grootste term in een optelopgave ("min" strategie; vb.  $6 + 9 = (9), 10, 11, 12, 13, 14, 15$ ) of verder tellen van de kleinste naar de grootste term

bij het beantwoorden van aftrekepgaven (vb.  $12 - 9 = (9), 10, 11, 12$ , dus 3). In de studies van Ashcraft (1982) werden vergelijkbare chronometrische analyses uitgevoerd ter onderscheiding van procedurele strategieën en de geheugenstrategie (vb.  $6 + 9$  beantwoorden via een tijdrovende telstrategie versus het antwoord meteen uit het geheugen oproepen).

Hoewel de analyse van zogenaamde objectieve RT-data een waardevolle aanvullende niet-verbale methode ter identificatie van rekenstrategieën is, kent ook deze methode zijn beperkingen: RT-data kunnen zinvol worden gehanteerd om verschillende soorten telstrategieën en om procedurele versus geheugenstrategieën te onderscheiden, maar het onderscheid tussen de rijke diversiteit aan andere, vaak handige procedurele strategieën is lastig te maken op basis van enkel deze gegevens. Zo zijn verschillende handige procedurele strategieën om de opgave  $6 + 9$  op te lossen, zoals via de strategie van het aanvullen tot 10 ( $6 + 4 + 5 = 10 + 5$ ), de compensatiestrategie ( $6 + 10 - 1 = 16 - 1$ ) of de dubbelstrategie ( $6 + 6 + 3 = 12 + 3$ ), moeilijk of zelfs onmogelijk te onderscheiden op basis van RT-data alleen.

Een tweede waardevolle niet-verbale strategie-identificatiemethode is de registratie van oogbewegingen. Vertrekkend van de assumptie dat de plaats en de duur van de oogfixaties een rechtstreekse reflectie zijn van de cognitieve activiteit van de persoon, hebben een toenemend, maar in vergelijking met andere methoden nog steeds beperkt, aantal onderzoekers de registratie van oogbewegingen ingezet als methode om rekenstrategieën te identificeren (zie bijvoorbeeld Godau, Haider, Hansen, Schubert, Frensch, & Gaschler, 2014; Schneider e.a., 2008; Verschaffel, De Corte, Gielen, & Struyf, 1994).

Zo onderzochten Verschaffel en collega's (1994) het gebruik van handige rekenstrategieën door basisschoolleerlingen bij het beantwoorden van elementaire optelopgaven via de registratie van oogbewegingen. Alle leerlingen kregen een reeks van elementaire optelopgaven bestaande uit drie termen (vb.  $6 + 9 + 4$ ) één voor één aangeboden; de voorgaande opgave en het antwoord op deze opgave bleven bij elke volgende opgave zicht-

baar. Uit de analyse van de plaats, de duur en de frequentie van de fixaties zowel binnen de aangeboden opgave als over de opeenvolgende opgaven heen leidden deze onderzoekers het gebruik van mathematische principes zoals commutativiteit en associativiteit ( $6 + 9 + 4 = 6 + 4 + 9$ ) voor het oplossen van de aangeboden opgaven af.

Hoewel veelbelovend, staat de methode van het oogbewegingsonderzoek nog voor tal van technische en methodologische uitdagingen. Een eerste methodologisch probleem is het feit dat elk oplossingsproces start met het (al dan niet bewust) kiezen van de strategie waarmee de probleemoplosser de opgave zal beantwoorden; de wijze waarop dit strategiekeuzeproces tot uiting komt in de oogbewegingen van mensen is tot op heden niet duidelijk. Daarnaast leidt de aanname dat de stappen die deel uitmaken van de verschillende toepasbare strategieën duidelijk worden gereflecteerd in de oogbewegingen ook tot de nodige methodologische kritiek. Zo is er niet steeds een duidelijke link te veronderstellen of (na het verzamelen van oogbewegingsdata) te leggen tussen enerzijds het patroon van fixaties en anderzijds de strategieën die kunnen worden gehanteerd om de opgave te beantwoorden. Deze veronderstelde link tussen de fixaties van de ogen en de cognitieve activiteiten/strategieën van de probleemoplosser wordt des te meer in vraag gesteld als de aangeboden informatie volledig onbewust verwerkt is.

Een derde soort van niet-verbale strategie-identificatiemethoden is ten slotte afkomstig van het domein van de cognitieve neuropsychologie. De voortdurende technologische vooruitgang en verfijningen en de groeiende samenwerking tussen enerzijds cognitief psychologen en anderzijds neurologisch geschoolde onderzoekers leidden de voorbije jaren tot fascinerende en nieuwe inzichten over de neurologische processen die ten grondslag liggen aan het beantwoorden van elementaire rekentaken (zie bijvoorbeeld Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003; Grabner & De Smedt, 2012; Van Beek, Ghesquière, Lagae, & De Smedt, 2014). Het gebruik van neurologische onderzoeksmethoden als EEG en fMRI maakte het mogelijk om de verschillende gebieden

in de hersenen die actief zijn bij het oplossen van elementaire rekentaken te onderscheiden. Deze nieuwe lijn in het onderzoek op het domein van het rekenen staat momenteel echter nog voor tal van technische en inhoudelijke uitdagingen. Met de huidige methoden en technieken zijn de eerste stappen naar het onderscheiden van verschillende soorten rekenstrategieën, en meer bepaald geheugenstrategieën versus procedurele strategieën, gezet. Verdere verfijning in methoden en technieken en ook een verdere intensivering van de samenwerking tussen cognitief psychologisch en neurologisch geschoolde onderzoekers is vereist om ook via deze lijn verrijkende en verdiepende inzichten wat betreft het variabel en flexibel gebruik van rekenstrategieën mogelijk te maken (Ansari, De Smedt, & Grabner, 2012).

## 4 Inhoud en opbouw van het themanummer

Naast de drie hoger genoemde niet-verbale strategie-identificatiemethoden, namelijk het analyseren van reactietijdgegevens, oogbewegingsonderzoek en neuropsychologische methoden, bieden ook andere technieken mogelijkheden om het strategiegebruik van kinderen en volwassenen op een niet-verbale wijze in kaart te brengen. Zo bevatten de schriftelijke notities die kinderen en volwassenen maken tijdens het oplossen van rekentaken waardevolle informatie over de verschillende stappen die zij hebben gezet tijdens het oplossingsproces. Ook de proces- en productgegevens die kunnen worden verzameld via nieuwe media, zoals tablets, zijn mogelijke handvatten voor het identificeren van de wijze waarop een rekentaak werd opgelost.

De bijdragen aan dit themanummer besteden bijzondere aandacht aan de mogelijkheden en beperkingen van verschillende niet-verbale strategie-identificatiemethoden voor het bestuderen van het strategiegebruik van kinderen bij elementaire rekentaken, en meer bepaald aan de mogelijkheden en beperkingen van het verzamelen en analyseren van schriftelijke notities, reactietijdgegevens, data verzameld via tabletapplicaties en oogbewe-

gingen. Daarmee sluiten ze aan bij de hoger besproken kritische discussies over de waarde van verbale strategie-identificatiemethoden voor het onderzoek naar de strategieën en bouwen ze voort op de laatste technologische ontwikkelingen die het inzetten van sterk(er) geavanceerde methoden en analysetechnieken in dit onderzoek mogelijk maken. Niet alleen de belangrijkste inhoudelijke bevindingen met betrekking tot de kenmerken en ontwikkelingen van strategiegebruik bij het rekenen die voortvloeien uit de gepresenteerde studies, maar ook de implicaties van het gebruik van de gehanteerde niet-verbale methoden voor toekomstig onderzoek op het domein van het rekenen en daarbuiten en voor de onderwijspraktijk, worden kritisch onder de loep genomen door de auteurs.

In de eerste bijdrage (Fagginger Auer, Hickendorff, & van Putten, dit themanummer) presenteren Fagginger Auer en collega's drie verschillende studies op het domein van het vermenigvuldigen en delen in het getalendomein tot 1000, waarin de strategieën die Nederlandse basisschoolleerlingen gebruiken om zulke opgaven op te lossen geïdentificeerd werden op basis van de *schriftelijke notities* die zij maakten tijdens het oplossingsproces. In een eerste studie, die vooral methodologisch van opzet is, vergelijken deze auteurs de aldus geïdentificeerde strategieën kritisch met de strategieën geïdentificeerd op basis van verbale zelfrapporteringen. In de twee volgende, meer inhoudelijk georiënteerde studies analyseren ze de schriftelijke notities van de leerlingen en de daaruit afgeleide strategieën in relatie tot de genoten rekeninstructie en het gebruik van contextopgaven. Ten slotte bediscussiëren zij de implicaties van strategie-identificatie op basis van schriftelijke uitwerkingen van leerlingen.

In de tweede bijdrage (Peters, De Smedt, Torbeyns, Ghesquière, & Verschaffel, dit themanummer) onderzoeken Peters en collega's het gebruik van twee soorten aftrekstrategieën, namelijk de directe aftrekstrategie en de indirecte optelstrategie, bij aftrekopgaven in het getalendomein tot 100 door Vlaamse lagere school leerlingen. Voortbouwend op de RT-analyses van Groen en Parkman (1972) en Campbell (2008) analyseren

zij a.d.h.v. *reactietijden* het flexibel gebruik van deze twee soorten strategieën door kinderen met en zonder rekenproblemen in drie opeenvolgende studies. In hun discussie staan deze auteurs kritisch stil bij de meerwaarde van RT-analyses voor het identificeren van het (flexibel) gebruik van verschillende soorten aftrekstrategieën.

De komst van nieuwe media, zoals *tablets*, heeft ook gevolgen voor het gamma van methoden die kunnen worden ingezet voor onderzoek naar rekenstrategieën. Dit is het thema van de bijdrage door Vermeulen en collega's (Vermeulen, Scheltens, & Eggen, dit themanummer). Zij onderzochten het strategiegebruik op de lege getallenlijn bij Nederlandse basisschoolleerlingen in twee verschillende condities, namelijk (a) bij aanbod van optel- en aftrekoefeningen tot 1000 op papier, vergezeld van een lege getallenlijn, en (b) bij aanbod van diezelfde oefeningen en getallenlijn op tablet. De auteurs focussen in hun discussie op de mogelijkheden en beperkingen van de getallenlijn als niet-verbale strategie-identificatiemethode voor de strategieën die kunnen worden toegepast bij het beantwoorden van optel- en aftrekopgaven, en de mogelijke meerwaarde van nieuwe media in het onderzoek en het onderwijs ter identificatie van rekenstrategieën, naast en ter aanvulling van (de traditionele) schriftelijke rapporteringen.

In de vierde bijdrage (Schot, van Viersen, van 't Noordende, Slot, & Kroesbergen, dit themanummer) gebruiken Schot en collega's de techniek van *oogbewegingen* voor het registreren van het strategiegebruik van kinderen bij het oplossen van getallenlijntaken. Via een kleinschalige studie uitgevoerd in Nederland, waaraan 10 normaalvorderende leerlingen en twee kinderen met rekenproblemen deelnamen, illustreren ze uitvoerig de mogelijkheden en beperkingen van het verzamelen en analyseren van oogbewegingsdata voor de identificatie van het strategiegebruik van deze leerlingen.

Het themanummer wordt afgesloten met een discussiebijdrage door Ernest C. D. M. van Lieshout waarin de mogelijkheden en beperkingen van de vier genoemde niet-verbale strategie-identificatiemethoden voor toe-

komstig onderzoek en voor de onderwijspraktijk kritisch worden besproken (van Lieshout, dit themanummer).

## Literatuur

- Ahsari, D., De Smedt, B., & Grabner, R. (2012). Neuroeducation - a critical overview of an emerging field. *Neuroethics*, 5 (2), 105-117.
- Ashcraft, M. H. (1982). The development of mental arithmetic: a chronometric approach. *Development Review*, 2, 213-236.
- Ashcraft, M. H., & Stazyk, E. H. (1981). Mental addition: a test of three verification models. *Memory & Cognition*, 9, 185-196.
- Brown, J. S., & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2, 155-192.
- Campbell, J. I. D. (2008). Subtraction by addition. *Memory & Cognition*, 36, 1094-1102.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- Crutcher, R. J. (1994). Telling what we know: the use of verbal report methodologies in psychological research. *Psychological Science*, 5, 241-244.
- De Corte, E., Greer, B., & Verschaffel, L. (1996). Learning and teaching mathematics. In D. Berliner & R. Calfee (Eds.), *Handbook of Educational Psychology* (pp. 491-549). New York: MacMillan.
- De Corte, E., Lowyck, J., & Verschaffel, L. (1986). Zelfrapportering als techniek bij de studie van onderwijsleerprocessen: een poging tot verheldering. *Pedagogische Studiën*, 63, 506-514.
- De Corte, E., & Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on 1st-graders strategies for solving addition and subtraction word-problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487-506.
- Dugas, J. L., & Kellas, G. (1974). Encoding and retrieval processes in normal children and retarded adolescents. *Journal of Experimental Child Psychology*, 17, 177-185.
- Ericsson, K. A., & Crutcher, R. J. (1991). Introspection and verbal reports on cognitive processes - Two approaches to the study of thinking: A response to Howe. *New Ideas in Psychology*, 9, 57-71.
- Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1980). Verbal reports as data. *Psychological Review*, 87, 215-251.
- Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1984). *Protocol analysis: verbal reports as data*. Cambridge, MA: MIT press.
- Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1993). *Protocol analysis: Verbal reports as data* (2<sup>nd</sup> ed.). Cambridge, MA: MIT Press.
- Godau, C., Haider, H., Hansen, S., Schubert, T., Frensch, P. A., & Gaschler, R. (2014). Spontaneously spotting and applying shortcuts in arithmetic - a primary school perspective on expertise. *Frontiers in Psychology*, 5, art. nr. 556. doi: 10.3389/fpsyg.2014.00556
- Grabner, R. H., & De Smedt, B. (2012). Oscillatory EEG correlates of arithmetic strategies: a training study. *Frontiers in Psychology*, 3, art. nr. 428. doi: 10.3389/fpsyg.2012.00428
- Greer, B., & Verschaffel, L. (1990). Introduction to the special issue on mathematics as a proving ground for information-processing theories. *International Journal for Educational Research*, 14 (1), 3-12.
- Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, 79, 329-343.
- Groen, G. J., & Poll, M. (1973). Subtraction and the solution of open sentence problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 16, 292-302.
- Kirk, E. P., & Ashcraft, M. H. (2001). Telling stories: The perils and promise of using verbal reports to study math strategies. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory & Cognition*, 27, 157-175.
- LeFevre, J., Bisanz, J., Daley, K. E., Buffone, L., Greenham, S. L., & Sadesky, G. S. (1996). Multiple routes to solution of single-digit multiplication problems. *Journal of Experimental Psychology: General*, 125, 284-306.
- LeFevre, J., Sadesky, G. S., & Bisanz, J. (1996). Selection of procedures in mental addition: Reassessing the problem size effect in adults.

- Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 22, 216-230.
- Schneider, M., Heine, A., Thaler, V., Torbeyns, J., De Smedt, B., Verschaffel, L., Jacobs, A. M., Stern, E. (2008). A validation of eye movements as a measure of elementary school children's developing number sense. *Cognitive Development*, 23, 424-437.
- Stazyk, E. H., Ashcraft, M. H., & Hamann, M. S. (1982). A network approach to mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 8, 320-353.
- Van Beek, L., Ghesquière, P., Lagae, L., & De Smedt, B. (2014). Left fronto-parietal white matter correlates with individual differences in children's ability to solve additions and multiplications: a tractography study. *NeuroImage*, 90, 117-127.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Gielen, I., & Struyf, E. (1994). Clever rearrangement strategies in children's mental arithmetic: a confrontation of eye-movement data and verbal protocols. In J. E. H. Van Luit (Ed.), *Research on mathematics learning and instruction in (special) primary schools* (pp. 153-180). Doetinchem, Nederland: Graviant.

## Auteurs

**Joke Torbeyns** en **Lieven Verschaffel** zijn verbonden aan de onderzoekseenheid Onderwijskunde, Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie van de KU Leuven, **Marian Hicken-dorff** aan de afdeling Onderwijsstudies, Instituut Pedagogische Wetenschappen van de Universiteit Leiden.

*Correspondentieadres:*

*Joke.Torbeyns@ppw.kuleuven.be*