Strategie-identificatie met de lege getallenlijn: een vergelijking tussen tablet en papier[1]

J. A. Vermeulen, F. Scheltens, en T. J. H. M. Eggen

Samenvatting

De huidige bijdrage besteedt aandacht aan (a) de geschiktheid van de getallenlijn als niet-verbale strategie-identificatiemethode voor strategieën voor het oplossen van optel- en aftrekopgaven, en (b) de meerwaarde van het gebruik van tablets voor de identificatie van strategiegebruik via de getallenlijn. Honderddrie-en-twintig Nederlandse groep 5 leerlingen kregen een reeks van optel- en aftrekopgaven tot 1000 aangeboden op papier en/of via de G3T4LL3NLIJNapp, met mogelijkheid tot het (vrijwillig) gebruik van de getallenlijn om deze opgaven te beantwoorden. Uit de resultaten blijkt dat groep 5 leerlingen de getallenlijn nauwelijks gebruikten om optel- en aftrekopgaven tot 1000 te beantwoorden. Ook bleek dat de getallenlijn op de tablet minder vaak werd gebruikt dan op papier. Bovendien gebruikten de leerlingen op de tabletapplicatie kortere en onnauwkeurigere strategieën dan op papier. In de discussie bespreken we de implicaties van deze resultaten voor het gebruik van de getallenlijn als niet-verbale strategie-identificatiemethode en de mogelijke meerwaarde van het gebruik van tablets ter identificatie van rekenstrategieën.

1 Inleiding

Cognitieve processen kunnen niet direct worden waargenomen. Door antwoordgedrag tijdens of na het oplossingsproces nauwkeurig te bestuderen, kan worden afgeleid welke cognitieve processen hoogstwaarschijnlijk betrokken zijn (Leighton & Gierl, 2007a). In dit onderzoek wordt het identificeren van cognitieve processen aangeduid als strategie-identificatie. Het identificeren of diagnosticeren van oplosstrategieën is binnen het rekenwiskundeonderwijs een vast onderdeel van de assessmentpraktijk van de leraar (Moyer & Milewicz, 2002). Steeds meer lesmethoden bieden handvatten voor diagnostische gesprekken waarmee de leraar kan nagaan hoe leerlingen rekenen en hoe dit gekoppeld is aan misconcepties van leerlingen (Buter & Verschuren, 2013). Voor het voeren van dergelijke gesprekken moet een leraar beschikken over diagnostische competenties (Schwarz, Wissmach, & Kaiser, 2008).

Het beschikken over diagnostische competenties houdt in dat de leraar moet weten welke vragen hij aan de leerling moet stellen om het oplossingsproces van de leerling te achterhalen. Vervolgens moet de leraar het oplossingsproces relateren aan mogelijke (mis)concepties en aan zijn verwachtingen over de leerweg van de leerling (Gravemeijer, Bowers, & Stephan, 2003; Leighton, 2004). De leraar leidt, met andere woorden, uit het oplossingsproces af wat de instructiebehoeften van de leerling zijn. Uit onderzoek blijkt echter dat leraren vooral suggestieve vragen stellen waaruit leerlingen kunnen opmaken naar welk ‘goede’ antwoord de leraar zoekt (Even, 2005; Moyer & Milewicz, 2002). De meeste leraren beschikken dus onvoldoende over diagnostische competenties. Bovendien zijn leerlingen niet altijd in staat hun strategiegebruik te verbaliseren. Hierdoor is de kans groot dat de strategie-identificatie op basis van verbale methoden niet klopt. Dit heeft als gevolg dat de leraar zijn instructie niet kan aanpassen aan de behoeften van de leerling.

De getallenlijn is een didactisch model en hulpmiddel dat in het Nederlandse basisonderwijs onder andere wordt gebruikt als hulpmiddel voor het aanleren van en oefenen met optel- en aftrekstrategieën (Gravemeijer et al., 2003). In het bijzonder, kan een lege getallenlijn de ontwikkeling van onderliggende wiskundige concepten en relaties bevorderen (Beishuizen, 1993; Blöte, Klein, & Beishuizen, 2000; Teppo & Van den Heuvel-Panhuizen, 2013). Deze conceptuele ontwikkeling kan onder andere worden bevorderd doordat de getallenlijn een structuur biedt die het mogelijk maakt om strategieën te communiceren naar medeleerlingen en de leraar (Blöte et al., 2000; Bobis & Bobis, 2005; Elia, Gagatis, & Demetriou, 2007; Gravemeijer, 2004). Het open-antwoordkarakter van de lege getallenlijn draagt hieraan bij doordat de leerlingen vrij worden gelaten in het toepassen van hun eigen strategie. Echter, niet alle strategieën zijn vanzelfsprekend op de getallenlijn (zie Paragraaf 2). Eén van de belangrijkste voordelen van de lege getallenlijn als strategie-identificatiemethode is dat het gebruik niet afhankelijk is van de verbale vaardigheden van de leerling (Bramald, 2000). Bovendien zal de leraar, van wege het non-verbale karakter van de getallenlijn, geen suggestieve vragen stellen. Hierdoor is de strategie-identificatie minder afhankelijk van de diagnostische competenties van de leraar.

Zoals hierboven is beschreven, heeft de getallenlijn mogelijkheden als methode voor non-verbale strategie-identificatie. Dit onderzoek bouwt voort op een pilotstudie[2] (Vermeulen & Eggen, 2013; Vermeulen, Scheltens, Eggen, & Béguin, 2014) waarin 30 Nederlandse groep 5 (leerjaar 3 in Vlaanderen) leerlingen tien aftrekopgaven verplicht met de lege getallenlijn hebben opgelost. Uit deze pilotstudie kwamen drie beperkingen van de getallenlijn en het onderzoeksdesign naar voren. Hieronder worden deze beperkingen besproken en wordt toegelicht hoe deze in de huidige studie zijn ondervangen.

De eerste beperking was dat een aantal leerlingen zich verzetten tegen het verplicht gebruik van de getallenlijn. Ook uit eerder onderzoek blijkt dat leerlingen niet altijd gemotiveerd zijn om de getallenlijn te gebruiken (bijv., Van den Heuvel-Panhuizen, 2008). De getallenlijn wordt op de meeste Nederlandse scholen ingezet als hulpmiddel voor leerlingen met een lage rekenvaardigheid (Klein, Beishuizen & Treffers, 1998). Leerlingen met een lage rekenvaardigheid hebben mogelijk een zwakker werkgeheugen en zijn daarom gebaat bij hulpmiddelen zoals de lege getallenlijn (Geary, Hoard, Nugent, & Byrd-Craven, 2008; Van den Heuvel-Panhuizen & Peltenburg, 2011). Daarnaast is gebleken dat leerlingen die de getallenlijn met een lage rekenvaardigheid associëren weerstand hebben tegen het gebruik van de getallenlijn omdat ze graag vrijgelaten willen worden in het toepassen van hun voorkeursstrategie (Bobis, 2007; Van den Heuvel-Panhuizen, 2008; Vermeulen & Eggen, 2013). Deze eerste beperking, weerstand tegen het verplicht gebruik van de getallenlijn, heeft er toe geleid dat we in de huidige studie het gebruik van de getallenlijn vrijwillig hebben gemaakt.

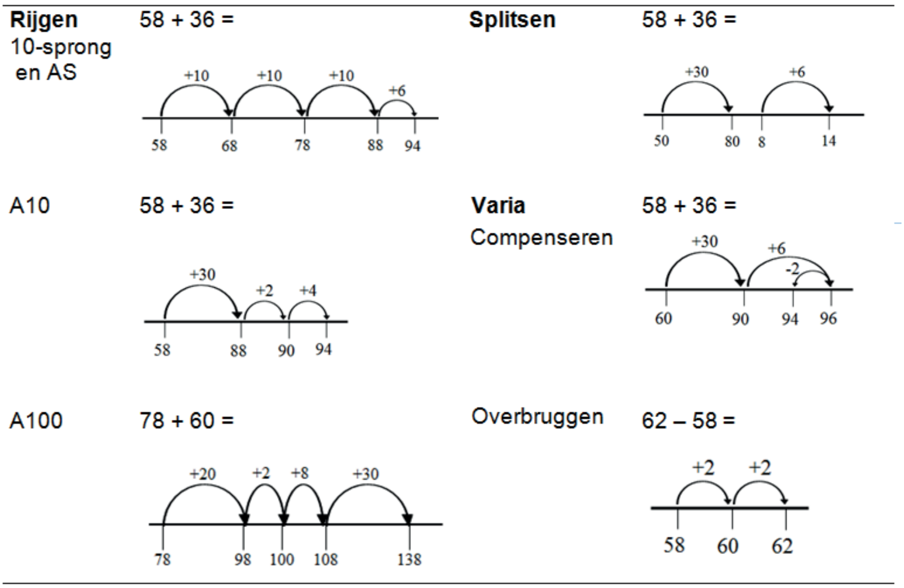
Ten tweede bleek uit de pilotstudie dat niet alle leerlingen wisten hoe ze aftrekopgaven op de getallenlijn konden oplossen. Deze leerlingen hadden behoefte aan instructie over het gebruik van de getallenlijn. Vanwege deze tweede beperking hebben in de huidige studie alle leerlingen een gestandaardiseerde instructie over het gebruik van de lege getallenlijn gekregen (zie Paragraaf 4.4).

Tot slot liepen we tijdens het identificeren van de strategieën tegen vier gerelateerde problemen aan. Deze vier problemen vormen de derde beperking, namelijk: de interpretatie van oplossingen op de getallenlijn is niet altijd van zelfsprekend. Allereerst waren een aantal oplossingen moeilijk te duiden doordat het handschrift van leerlingen onleesbaar was. Ten tweede noteerden niet alle leerlingen tussenantwoorden waardoor we onvolledige informatie over het strategie-gebruik verkregen. De derde beperking was het gebruik van slechts één sprong (i.e., boogje) waardoor geen aanvullende informatie over het strategiegebruik wordt verkregen. Ten vierde was de volgorde waarin leerlingen bepaalde stappen hadden gezet niet meer te achterhalen op de papieren getallenlijn.

Verwacht wordt dat een tabletapplicatie een deel van de bovenstaande beperkingen van een getallenlijn op papier kan oplossen. Zo is het gebruik van invoervelden en een numeriek toetsenbord een oplossing voor het probleem van onleesbaarheid. Ook is het met tablettechnologie mogelijk om elke handeling van de leerling in een logbestand op te slaan waardoor de informatie over de volgorde van de handelingen bewaard blijft. Daarnaast heeft tablettechnologie voordelen ten opzichte van papier die los staan van de getallenlijn, maar de getallenlijn mogelijkerwijs meer geschikt kunnen maken als non-verbale strategie-identificatiemethode. In algemene zin kan automatisering de tijdsinvestering van zowel de afname als het identificatieproces beperken waardoor, in dezelfde tijd, meer data verzameld en geanalyseerd kunnen worden dan op papier. Aanvullend kan met tablettechnologie ook informatie worden verzameld die met een papieren taak niet beschikbaar is (Van den Heuvel-Panhuizen & Peltenburg, 2011). Data over, bijvoorbeeld, het uitgummen van stappen kan inzicht geven in hoeverre leerlingen gebruik maken van zelfregulatie om fouten tijdens het oplossingsproces te verbeteren. Een ander voordeel van tablets is dat andere methoden van non-verbale strategie-identificatie, zoals reactietijden en oogbewegingen (bijv., Campbell, 2008; Van Viersen, Slot, Kroesbergen, Van 't Noordende, & Leseman, 2013; zie ook Peters, De Smedt, Torbeyns, Ghesquière, & Verschaffel, dit themanummer; Schot, van Viersen, van 't Noordende, Slot, & Kroesbergen, dit themanummer) met de getallenlijn gecombineerd zouden kunnen worden. Hierdoor kunnen de cognitieve processen die betrokken zijn bij de taak beter in kaart worden gebracht. Op dit moment zijn dergelijke methoden nog niet toegankelijk voor leraren omdat ze meestal niet over de juiste apparatuur of expertise beschikken, tablettechnologie zou hier verandering in kunnen brengen. Ook voor onderzoekers wordt het met tablets gemakkelijker om in de klas, in plaats van een onderzoekslab, cognitieve processen te onderzoeken. Hierdoor kunnen onderzoeksresultaten gemakkelijker worden vertaald naar implicaties voor de praktijk. Echter, de manier waarop een taak wordt aangeboden (papier of tablet) kan invloed hebben op de cognitieve processen die worden aangesproken (Leighton & Gierl, 2007b; Rupp, Templin, & Henson, 2010). Hierdoor kunnen met een tablet andere strategieën geïdentificeerd worden dan op papier. In Paragraaf 2 is beschreven welke strategieën in de huidige studie zijn onderscheiden.

2 Theoretisch kader

De getallenlijn is vooral geschikt voor het oplossen van optel- en aftrekopgaven via rijgprocedures en minder voor procedures waar beide getallen worden gesplitst (Beishuizen, 1993; Blöte et al., 2000; Gravemeijer, 1994). *Rijgen* is in de eerste jaren van het rekenwiskundeonderwijs in Nederland de meest gebruikte strategie (Klein et al., 1998; Kraemer, 2011). In deze strategie wordt één van de getallen heel gehouden en het andere getal wordt er in stappen bij opgeteld of ervan afgetrokken. Bijvoorbeeld, 78 + 16 = via 78 + 10 = 88; 88 + 2 = 90; en 90 + 4 = 94. Bij het interpreteren van een rijgstrategie maken wij onderscheid tussen het *type sprong* (i.e., tussenstap) en het *type knooppunt* waarnaar de leerling springt (zie Figuur 1). Nadat leerlingen hebben leren tellen, leren ze rekenen met de *10-sprong,* tienvouden en niet-afgesplitste getallen (Bobis & Bobis, 2005; Klein et al., 1998; Kraemer, 2011). Wat betreft het type *knooppunt* leren leerlingen *aanvullen* tot het eerstvolgende *tiental* (*A10*; Blöte et al., 2000), het eerstvolgende *honderdtal (A100)* of een *niet-afgesplitst-getal (AS)*. Het onderscheiden van deze varianten op de rijgstrategieën maakt de diagnose specifieker en geeft leraren een gedetailleerder beeld van het strategiegebruik van de leerling. Vanaf halverwege groep 5 leren leerlingen *splitsen* waarbij gerekend wordt op basis van de positiewaarden van getallen (Beishuizen, 1993). In het voorbeeld 78 + 16 worden 78 en 16 gesplitst in tientallen en eenheden en afzonderlijk bij elkaar opgeteld (70 + 10 = 80; 8 + 6 = 14; en 80 +14 = 94). Tot slot wordt in de literatuur ook een derde soort strategieën onderscheiden, namelijk *varia-strategieën*. Hieronder vallen onder andere de strategieën compenseren en overbruggen (Fuson et al., 1997; Kraemer, 2011; Torbeyns, De Smedt, Stassens, Ghesquière, & Verschaffel, 2009; Torbeyns, Verschaffel, & Ghesquière, 2006). *Compenseren* houdt in dat 78 + 16 wordt opgelost via 78 is 2 minder dan 80; 80 + 16 = 96; 96 – 2 = 94. Compenseren kan zowel bij optel- als aftrekopgaven worden toegepast. *Overbruggen* is een strategie voor het oplossen van aftrekopgaven waarbij gebruik gemaakt



Figuur 1. Strategieën in het getalsdomein tot 1000 weergegeven op de getallenlijn.

wordt van de inverse relatie tussen optellen en aftrekken (Kraemer, 2011). Dit houdt in dat 62 – 58 aanvullend wordt opgelost via 58 + ? = 62. In sommige onderzoeken wordt deze strategie beschreven als indirect optellen (bijv., Peters, De Smedt, Torbeyns, Ghesquière, & Verschaffel, 2012, dit themanummer; Torbeyns et al., 2009).

Uit verschillende onderzoeken is gebleken dat leerlingen met verschillende rekenvaardigheidsniveaus, verschillende strategieën gebruiken (bijv., Baroody & Dowker, 2003; Beishuizen, 1993; Dowker, 2005; Geary, et al., 2008). Zo worden varia-strategieën vaker en meer accuraat door leerlingen met een hoge rekenvaardigheid gebruikt (Baroody & Dowker, 2003; Dowker, 2014). Strategiekeuze varieert niet alleen tussen personen, maar ook binnen personen (Dowker, 2005; Siegler, 1996). Op een vergelijkbare manier kan worden verwacht dat leerlingen verschillen in *of* en *hoe* ze de getallenlijn gebruiken. Deze studie beoogt bij te dragen aan de discussie rondom het gebruik van de lege getallenlijn als onderzoeksmethode voor non-verbale identificatie van strategieën voor het oplossen van optel- en aftrekopgaven (doel 1). Naast een algemene beschouwing van het gebruik van de getallenlijn als strategie-identificatiemethode, biedt deze bijdrage ook een meer specifieke analyse van de mogelijkheden en beperkingen van het gebruik van een digitale getallenlijn (doel 2).

3 Methode

3.1 Participanten

Aan het onderzoek hebben zes basisscholen, met in totaal 9 groepen 5, uit Nederland deelgenomen. Van de 126 (72.2%) leerlingen die ouderlijke toestemming kregen, zijn drie leerlingen uit de analyses gelaten vanwege het missen van één van de twee afnamemomenten. De analyses vonden plaats op 123 leerlingen (56.9% meisjes). De leerlingen waren gemiddeld 10.1 jaar oud ($SD = 0.44$, $n = 98$)[3]. Als maat voor rekenvaardigheid is gebruik gemaakt van de scores op de Cito leerlingvolgsysteemtoetsen (LVS) rekenen-wiskunde medio (M5) en eind (E5) groep 5 (Janssen, Scheltens, & Kraemer, 2006).

3.2 Onderzoeksdesign

Alle leerlingen kregen een reeks van optel- en aftrektaken aangeboden op twee verschillende tijdstippen. Leerlingen in condities 1 tot en met 4 wisselden niet van assessmentconditie tussen beide tijdstippen, en kregen dus twee maal de optel- en aftrektaken aangeboden op papier dan wel op een tablet (zie Tabel 1). Deze leerlingen zaten in de conditie *papier* of de conditie *tablet*. Leerlingen in condities 4 tot en met 8 wisselden wel van assessmentconditie tussen de twee tijdstippen: zij maakten de taak zowel op papier als op tablet (= conditie *beide*).. Om te zorgen dat de afnameconditie voor leerlingen van dezelfde school vergelijkbaar was, werd elke school toegewezen aan de conditie waarin niet gewisseld werd of aan de conditie waarin leerlingen wel wisselden. Deze random toewijzing van scholen aan condities leidde echter tot een verschil in rekenvaardigheid tussen de verschillende condities: de rekenvaardigheid van de groepen *tablet* en *papier* was significant hoger dan van de groep *beide*, $F_{M5}(2,114) = 74.47$, $F_{E5}(2,114) = 33.99$, $p < .001$. De groepen *tablet* en *papier* verschilden niet significant van elkaar. Dit betekent dat de groepen *tablet* en *papier* vergelijkbaar zijn, maar dat deze groepen niet zuiver vergeleken kunnen worden met de groep *beide*. Echter, aangezien de conditie *beide* enkel met zichzelf vergeleken wordt voor het bepalen van verschillen binnen leerlingen, levert dit in de analyses voor de huidige studie geen problemen op. In Tabel 1 is tevens af te lezen dat conditie 3 (*tablet*) significant *minder* groeide dan het landelijk gemiddelde. Condities 5, 6 en 7 (*beide*) daarentegen groeiden significant *meer* dan het landelijke gemiddelde. De verschillen in rekenvaardigheid en in vaardigheidsgroei hebben mogelijk gevolgen voor de mate waarin de resultaten gegeneraliseerd kunnen worden naar populaties die wat betreft rekenvaardigheid afwijken van onze steekproef.

Het twee keer afnemen van dezelfde taak binnen een relatief kort tijdsbestek kan leiden tot *testing* (Cook, Campbell, & Day, 1979). Daarom construeerden we twee parallelle versies van optel- en aftrektaken, bestaande uit items met vergelijkbare kenmerken. Om voor eventuele volgorde-effecten te controleren zijn deze twee versies in wisselende volgordes op twee tijdstippen afgenomen.

3.3 Materialen

Voor de opgavenconstructie zijn mede op basis van de pilotstudie (Vermeulen & Eggen, 2013; Vermeulen et al., 2014) vijf itemkenmerken opgesteld waarop is gevarieerd, namelijk (1) *bewerking*: *optellen* of *aftrekken*, (2) aantal *positiewaarden* (n): items met 2n (≥ 10 en ≤ 99) en met 3n (≥ 100 en ≤ 999) getallen, (3) één *overschrijding of tekort in de eenheden of tientallen;* bij de optelopgaven met een overschrijding van de tientallen was het *opteltal een veelvoud van 10* (N10), (4) wel of geen N10, en (5) het *verschil tussen de aftrekker en het aftrektal*, d.i. aftrekopgaven met een verschil groter of kleiner dan 10.

Op basis van deze vijf itemkenmerken maakten we onderscheid tussen 8 opgavetypen (zie Appendix). Sommige opgavetypen komen pas eind groep 5 aan bod in het onderwijs en maken aldus de noodzaak de getal-

Tabel 1
Afnameconditie (tablet, papier), versie (1 of 2) en rekenvaardigheid per conditie

Groep	C	N	Tijdstip 1	Tijdstip 2	M_{M5} (*SD*)	M_{E5} (*SD*)	M_{Groei} (*SD*)
tablet of *papier*	1	16	T1	T2	79.1 (15.5)	83.2 (11.2)	4.1 (11.2)
	2	18	P2	P1	75.1 (13.4)	81.2 (11.3)	6.1 (4.8)
	3	18	T2	T1	71.1 (17.2)	74.7 (14.9)	3.6 (7.3)*
	4	13	P1	P2	78.7 (10.6)*	85.8 (15.0)	7.1 (10.8)
beide	5	15	T1	P2	41.8(17.6)**	57.7 (16.6)**	16.0 (12.0)*
	6	13	P2	T1	34.5 (16.2)**	52.5 (16.5)**	17.9 (10.9)**
	7	12	P1	T2	41.4 (18.2)**	59.5 (19.2)**	18.1 (10.2)**
	8	12	T2	P1	42.1 (16.6)**	62.2 (16.3)**	20.1 (8.7)**

Noot. P = papier en T = Tablet; Landelijke gemiddelden: $M_{M5} = 72.2$, $M_{E5} = 79.6$, $M_{Groei} = 7.4$. t-toets voor 1 gemiddelde: *p < .05, ** p < .01.

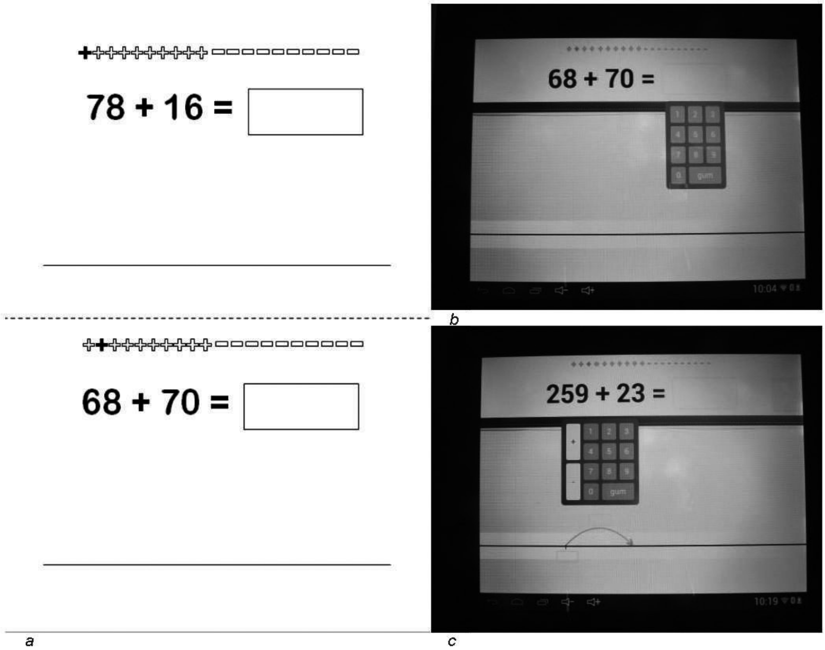
lenlijn te gebruiken groter. Om per opgavetype uitspraken te kunnen doen over het strategiegebruik van de leerling, zijn van elk type 5 items zonder context ontwikkeld. Uit de hoge gepaarde samenhang (r = .93) tussen de percentages correct van de items uit versies 1 en 2, kan geconcludeerd worden dat beide versies even moeilijk waren.

Zoals in Paragraaf 4.3 is uitgelegd zijn de items in twee assessmentcondities afgenomen: papier en tablet. De verschillen tussen de papieren taak (zie Figuur 2a) en de tablettaak waren dat op één A4-pagina twee opgaven werden weergegeven en dat het voor leerlingen op papier wel mogelijk was terug te bladeren. De G3T4LL3NL1JNapp[4] (i.e., tablettaak) had vier gebruikersfuncties:

- het tekenen van boogjes,
- het tekenen van knooppunten,
- het invullen van getallen met behulp van een numeriek toetsenbord en
- het uitgummen van boogjes en knooppunten.

Zoals in Figuur 2b en 2c is weergegeven, startten leerlingen met boven in het scherm de opgave en een invulveld en daaronder een lege getallenlijn. Leerlingen creëerden boogjes op of knooppunten onder de getallenlijn door met hun vinger op het tabletscherm te vegen of te tikken. Deze veegbewegingen komen grotendeels overeen met het tekenen op een papieren getallenlijn. Om de gebruiksvriendelijkheid van de applicatie te waarborgen werden boogjes en knooppunten die dichtbij elkaar werden getekend automatisch aan elkaar gekoppeld.

Wanneer een leerling een boogje of knooppunt creëerde verscheen er een leeg invulveld. Leerlingen tikten vervolgens op het invulveld waardoor een numeriek toetsenbord verscheen. Hiermee voegden leerlingen getallen toe aan de sprongen en knooppunten op de getallenlijn. Het invullen van hun antwoord op de opgave deden leerlingen op een vergelijkbare manier (zie Figuur 2b). Bij de boogjes konden leerlingen bovendien een plus- of minsymbool invullen (zie Figuur 2c). Leerlingen gumden boogjes uit door er van boven



Figuur 2. Foto van de getallenlijntaak op papier (a), de getallenlijntaak op de tablet met het numerieke toetsenbord bij de opgave (b) en bij een boogje (c).

naar beneden overheen te vegen. De knooppunten werden uitgegumd door er horizontaal onderdoor te vegen. De applicatie bevatte slechts één knop die leerlingen gebruikten om door te gaan naar de volgende opgave. Het was niet mogelijk om terug te bladeren naar een vorige opgave. De meeste leerlingen pakten het gebruik van de applicatie intuïtief op en hadden voldoende aan een korte instructie over het creëren van boogjes en knooppunten en het uitgummen hiervan. Leerlingen waren verplicht om een getal in het invulveld van de opgave in te vullen, wanneer een leerling het antwoord niet wist mocht hij ‘00’ invullen.

3.4 Procedure

Om het testen van de leerlingen efficiënter te maken werden leerlingen in tweetallen uit de klas gehaald. Uit de pilotstudie bleek dat sommige leerlingen behoefte hadden aan instructie over de getallenlijn. Daarom werd tijdens de instructie aan het tweetal de eerste oefenopgave (49 + 23 = $\square$) met verschillende strategieën op de getallenlijn voorgedaan. Aansluitend werd aan leerlingen gevraagd te laten zien hoe zij de opgave op de getallenlijn zouden oplossen. Daarna gingen de leerlingen *individueel* aan de slag met de overige oefenopgaven (278 + 50 = $\square$, 81 – 78 = $\square$ en 468 – 39 = $\square$). Tijdens het oefenen was het gebruik van de getallenlijn verplicht zodat de leerlingen op de tablet konden wennen aan het gebruik van de getallenlijn. Bij de experimentele items was het gebruik van de getallenlijn *vrijwillig*. Tussen de eerste en de tweede afname zat minimaal 1 dag en maximaal 54 dagen (M = 15.9, SD = 13.6). De scores op tijdstip 2 en de verschil-scores hingen beide niet samen met het aantal dagen dat tussen de eerste en tweede afname zat ($r_{\text{tijdstip2}} = -.02$, $r_{\text{verschil}} = .07$). Hiermee kan worden aangenomen dat het aantal dagen tussen tijdstip 1 en 2 geen effect had op de prestaties van de leerlingen.

3.5 Codering en analyses

Voor het eerste onderzoeksdoel is eerst geanalyseerd hoe vaak leerlingen de getallenlijn gebruiken en indien ze deze gebruiken, welke strategie ze hebben toegepast. Hoe deze strategieën zijn gecodeerd is in de volgende paragraaf beschreven. Vervolgens is, voor het tweede onderzoeksdoel, ingezoomd op de verschillen tussen de twee assessmentcondities (*papier* en *tablet*). Hiervoor zijn voor de verschillen *tussen* leerlingen de condities *tablet* en *papier* vergeleken. Voor de verschillen *binnen* leerlingen zijn analyses verricht op de conditie *beide*. Voorafgaand aan de analyses van de condities, zijn op trialniveau (met een trial gedefinieerd als de oplossing van een leerling bij een opgave) de verschillen tussen tablet en papier geanalyseerd. Analyse op trial-niveau houdt in dat elke oplossing op de getallenlijn als een onafhankelijke observatie wordt genomen, resulterend in een steekproef van oplossingen in plaats van leerlingen. In deze analyses verwijst J naar het aantal trials oftewel oplossingen in de analyse.

Het strategiegebruik, zoals gerapporteerd met behulp van de getallenlijn, is gecodeerd op basis van Figuur 1. Het coderingssysteem is vergelijkbaar met het coderingssysteem uit de Periodieke Peilingen van het Onderwijs in Nederland (PPON, Hop, 2012; Kraemer, 2009, 2011). Op de eerste plaats is bij elke oplossing waarbij de leerling gebruik maakte van de getallenlijn geteld in *hoeveel sprongen* de leerling tot een oplossing kwam. Eén sprong staat gelijk aan één boogje. Vervolgens is bepaald welke *sprong* de leerling als *eerste* zette, hierbij waren vijf codes mogelijk: eenheden, tientallen, honderdtallen, niet afgesplitst getal, of onduidelijk. Voor de tabletdata kon de eerste sprong worden afgelezen uit het logbestand doordat hierin de volgorde van de stappen op de getallenlijn was opgeslagen. Het bepalen van de eerste stap op de papieren getallenlijn was minder vanzelfsprekend. Het bepalen de *eerste sprong* werd op papier gedaan op basis van de getallen bij het boogje, de knooppunten en de getallen in de opgave. Hieruit werd afgeleid welk getal het startgetal was en dus welk boogje de eerste stap was. Bij, bijvoorbeeld, een opgave als 278 + 50 = $\square$, kan een leerling 278 of 50 als startgetal kiezen. Bij aftrekopgaven ligt het bepalen van het startgetal ingewikkelder doordat leerlingen een directe of indirecte strategie kunnen gebruiken. Bij een indirecte strategie worden beide getallen uit de opgave, bijvoorbeeld 58 en 62 uit opgave 62 – 58 = ▢, op de getallenlijn geplaatst. Het eerste boogje kan dan worden afgeleid uit het plus of min symbool dat bij de boogjes staat, omdat dit symbool aangeeft of de leerling van links naar rechts of van rechts naar links op de getallenlijn heeft gerekend. Wanneer de oplossing op de papieren getallenlijn onvoldoende informatie gaf (bijvoorbeeld geen plus of min symbool) om te bepalen welk boogje de eerste sprong was, werd de code 'onduidelijk' toegewezen. Tevens kregen oplossingen waarbij informatie om de grootte van de sprong te coderen ontbrak, de code 'onduidelijk'.

Daarna is bepaald of leerlingen *rijgen*, *splitsen*, *compenseren*, *overbruggen* of *hoofdrekenen* op de getallenlijn. Met *hoofdrekenen* op de getallenlijn wordt bedoeld dat de leerling de *gehele opgave* met één boogje op de getallenlijn oplost. De oplossing voor bijvoorbeeld 58 + 36 = ▢ wordt dan als volgt genoteerd op de getallenlijn: [58] $\cap^{+36}$ [94]. Hoofdrekenen op de getallenlijn zal in de rest van het artikel worden aangeduid als een *hoofdrekenstrategie*. Niet alle oplossingen van maar één sprong vallen onder hoofdrekenen. Het is ook mogelijk dat de leerling slechts een deel van het oplossingsproces weergeeft op de getallenlijn. Van *splitsen* is sprake wanneer de leerling de boogjes los van elkaar tekent of slechts een deel van de oplossing op de getallenlijn laat zien (bijv., alleen de eenheden optellen of aftrekken). Van de oplossingen die rijgend zijn opgelost zijn het *type sprong* en *knooppunt* bepaald (i.e., *10-sprong, A10 en A100*[5]). Varia-strategieën worden als bijzondere varianten op *rijgen* worden beschouwd. Overgeslagen opgaven en niet opgeslagen antwoorden op de tablet zijn als 'ontbrekende waarde' gecodeerd. Merk op, dat wanneer de getallenlijn niet gebruikt is, de strategie niet geïdentificeerd kan worden.

4 Resultaten

4.1 Algemeen getallenlijngebruik

De 123 leerlingen maakten gezamenlijk 4920 opgaven. Hiervan is bij slechts 661 (13.4%) opgaven de lege getallenlijn gebruikt. Van de 661 oplossingen waren er vijf onduidelijk, deze oplossingen zijn uit de analyses gelaten. De getallenlijn werd door 57 leerlingen (46.3%) bij minimaal één opgave gebruikt. De frequentie waarmee de getallenlijn werd ingezet, hing negatief samen met de rekenvaardigheidsscore van de leerlingen (r_{M5} = -.35; r_{E5} = -.30). De leerlingen die minimaal één keer de getallenlijn gebruikten bleken op de *M5* LVS-toets significant *minder* rekenvaardig te zijn dan leerlingen die de getallenlijn nooit gebruikten, M_{M5GL} = 51.8, SD_{M5GL} = 24.1, $M_{M5NooitGL}$ = 67.0, $SD_{M5NooitGL}$ = 21.1, $t(115)$ = -3,6, p < .001. Dit verschil in rekenvaardigheid bleek ook op de E5 LVS-toets te bestaan, M_{E5GL} = 64.2, SD_{E5GL} = 19.8, $M_{E5NooitGL}$ = 76.3, $SD_{E5NooitGL}$ = 16.3, $t(104.7)$ = -3.6, p = .001.

Van de 656 oplossingen werd bij 87 (13.3%) oplossingen slechts één sprong op de getallenlijn gebruikt. Hiervan bleken 64 (73.6%) opgaven uit het hoofd te zijn opgelost. De overige 23 (25.4%) oplossingen van één sprong waren onvolledige oplossingen, bijvoorbeeld alleen de eenheden optellen, die als rijgen, splitsen, of onbekend zijn gecodeerd. *Rijgen* was de meest geobserveerde strategie op de getallenlijn (j = 575; 87.7%). De *10-sprong* werd in 155 (27.0%) van de oplossingen die rijgend zijn opgelost waargenomen. Bij 550 (83.8%) van de oplossingen was de eerste sprong een *N10*.Verder bleek bij 9 (1.4%) van de 656 oplossingen een *splitsstrategie* te worden toegepast. Variastrategieën werden nauwelijks op de getallenlijn gebruikt. *Compenseren* werd in totaal 7 (1.1%) keer gebruikt en *overbruggen* slechts 1 (0.2%) keer.

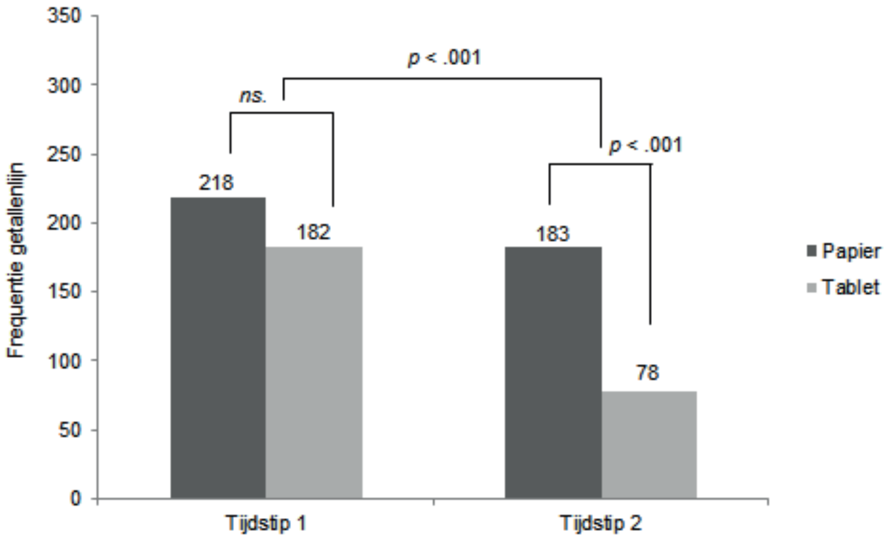
4.2 Verschillen tussen papier en tablet

Voor de tweede doelstelling zijn de analyses in drie stappen verricht. Als eerste stap zijn op trial- oftewel oplossingsniveau de frequenties van het gebruik van de getallenlijn op papier en op de tablet met elkaar vergeleken. Analyse op trial-niveau houdt in dat trials, met een trial gedefinieerd als de oplossing van een leerling bij een opgave, als eenheid van analyse worden genomen. In deze analyses zijn de oplossingen van alle leerlingen geaggregeerd tot één groep en is dus nog geen onderscheid gemaakt tussen de condities (i.e., *tablet, papier, beide)*. Wel zijn de verschillen tussen de twee tijdstippen meegenomen in deze analyses. In Figuur 3 is te zien dat leerlingen op tijdstip 2 minder vaak de getallenlijn gebruikten dan op tijdstip 1. Uit een Z-toets voor het vergelijken van twee proporties bleek dat deze daling significant is, $Z = 5.8$, $p < .001$. Ook is in Figuur 3 te zien dat de getallenlijn op tijdstip 2 op papier significant vaker werd gebruikt dan op de tablet, $Z = -7.3$, $p < .001$.

Het tweede deel van de analyses voor doelstelling 2 was gericht op de vergelijking tussen leerlingen uit de condities *papier* en *tablet*. Leerlingen uit de conditie *tablet* gebruikten de getallenlijn bij gemiddeld 6 opgaven ($SD = 6$). In de conditie *papier* werd de getallenlijn gemiddeld bij 9 opgaven ($SD = 12$) gebruikt. Voor het vergelijken van de condities *papier* en *tablet* is, vanwege de kleine steekproeven, gebruik gemaakt van een non-parametrische Mann-Withney toets. Uit deze toets bleek dat het vrijwillige gebruik van de getallenlijn op papier *niet* significant verschilde van het gebruik van de getallenlijn op de tablet, $U = 72.0$, $p = .74$, $MeanRank_{tablet} = 12.5$, $MeanRank_{papier} = 13.5$.

Ten slotte bestond het derde deel van de analyses uit een gepaarde t-toets voor gemiddelde verschillen binnen leerlingen. Deze analyse is op de leerlingen uit de conditie *beide* verricht. In de conditie *beide* gebruikten leerlingen bij de papieren taak vaker de getallenlijn dan tijdens de tablettaak ($M_{papier} = 9.1$, $SD_{papier} = 7.1$, $M_{tablet} = 5.8$, $SD_{tablet} = 7.8$). Een t-toets voor het gemiddelde verschil tussen gepaarde waarnemingen, $t(31) = -2.5$, $p = .017$, liet zien dat leerlingen uit de conditie *beide* in de papieren taak de getallenlijn significant vaker gebruikten. Merk op dat het bij deze t-toets gaat om het vergelijken van verschillen tussen twee metingen van dezelfde leerling.

De analyses met betrekking tot verschillen in strategiegebruik zijn tevens in drie stappen verricht. Allereerst is op trial- oftewel oplossingsniveau beschreven hoe vaak de strategie voorkwam en in hoeverre deze frequenties verschilden tussen papier en tablet. In deze analyses zijn alle leerlingen meegenomen, maar is nog geen onderscheid gemaakt tussen de condities (i.e., *tablet*, *papier* en *beide*). In deze eerste stap zijn de verschillen in strategiegebruik getoetst met Z-toetsen voor proporties of t-toetsen voor verschillen tussen gemiddelden (zie Tabel 3). De strategie *rijgen*



Figuur 3. Verschillen in frequentie van gebruik getallenlijn per tijdstip en per taak.

werd op papier vaker gebruikt dan op de tablet (zie Tabel 3). De *hoofdrekenstrategie* werd vaker toegepast op de tablet (f = 37, 14.4%, j = 260), dan op papier (f = 27, 6.8%, j = 401). Wat betreft de verdeling van *A10*, *A100* en *AS* bleek dat leerlingen op papier vaker *A10* gebruiken dan op de tablet (zie Tabel 3). Ook bleken oplossingen op de tablet uit significant minder sprongen te bestaan[6] (M_{papier} = 2.8, SD_{papier} = 1.2, M_{tablet} = 2.16, SD_{tablet} = 0.9). Leerlingen gebruikten op de tablet dus een verkorte strategie. Het gebruik van de verkorte strategie op de tablet roept de vraag op of dit ten koste gaat van de accuraatheid van de antwoorden. Deze vraag is beantwoord met een t-toets voor het verschil tussen de gemiddelde itemscore op papier en de gemiddelde itemscore op de tablet, waarbij gelijke varianties niet aangenomen konden worden, F = 18.7, p < .001. Hieruit bleek dat leerlingen op de papieren taak significant minder fouten maken dan op de tablettaak, t(527.5) = 2.29, p = .023. Het gebruik van de verkorte strategie op de tablet gaat dus ten koste van de accuraatheid.

De tweede stap van de analyses was het vergelijken van het strategiegebruik tussen de condities *tablet* en *papier*. Hiervoor is, vanwege een kleine steekproef, de non-parametrische Mann-Withney test gebruikt, U = 54.0, p = .041, $MeanRank_{tablet}$ = 14.9, $MeanRank_{papier}$ = 11.0. We vonden enkel voor de *hoofdrekenstrategie* een significant verschil: bij leerlingen in de conditie *tablet* werd vaker de hoofdrekenstrategie geobserveerd dan leerlingen bij uit de conditie *papier*.

Als derde stap van de analyses zijn wederom gepaarde t-toetsen voor het gemiddelde verschil binnen leerlingen uitgevoerd. Deze analyses had enkel betrekking op leerlingen uit de conditie *beide*. De resultaten laten zien dat leerlingen uit de conditie *beide* op papier vaker rekenen via *A10* of *A100* dan op de tablet (zie Tabel 4). Bovendien bleken deze leerlingen op de tablet gemiddeld minder sprongen te maken en minder vaak tot het goede antwoord te komen, t(31) = -2.82, p = .008.

Tabel 2
Frequentie strategiegebruik: vergelijking conditie tablet en conditie papier

Strategie	Proportie papier	Proportie tablet	Resultaat	Grootheid	*p*
Rijgen	.910	.823	P > T	Z = 3.2	< .01
Hoofdrekenen	.068	.144	P < T	Z = -3.2	< .01
A10	.430	.258	P > T	Z = 4.0	< .001
AS	.384	.556	P < T	Z = -3.8	< .001
Sprongen*	M = 2.8 (SD = 1.236)	M = 2.16 (SD = .902)	P > T	t(649.9) = 7.69	< .001

Noot. P = Papier; T = Tablet; gelijke varianties niet aangenomen.*

Tabel 3
Frequentie strategiegebruik: vergelijking papier en tablet binnen conditie beide

Strategie	Gemiddelde (SD) papier	Gemiddelde (SD) tablet	Resultaat	t(31)	*p*
A10	3.22 (4.702)	1.28 (2.679)	P > T	-3.22	.003
A100	1.59 (1.965)	.84 (1.547)	P > T	-2.58	.015
Sprongen	2.55 (1.509)	1.19 (1.139)	P > T	-3.70	.001

5 Discussie

Met de studie naar de G3T4LL3NL1JNapp dragen we bij aan de discussie over de mate waarin de lege getallenlijn geschikt is als methode voor non-verbale strategie-identificatie. Daarnaast zoomen we in op de verschillen tussen het gebruik van de getallenlijn papier en op de tablet.

Gegeven de lage frequentie waarmee de getallenlijn in het huidige onderzoek is gebruikt (13.4%), kan afgevraagd worden in hoeverre een onderzoeksdesign, waarin de getallenlijn door groep 5 leerlingen vrijwillig gebruikt wordt, een geschikt onderzoeksdesign voor non-verbale strategie-identificatie is. Van leerlingen die geen getallenlijn gebruiken, kan immers niet worden vastgesteld welke strategie zij hebben gebruikt. Met een design waarin de getallenlijn verplicht wordt gebruikt zou van alle leerlingen het strategiegebruik in kaart gebracht kunnen worden. Echter, uit verschillende onderzoeken blijkt dat leerlingen uit groep 5 of hoger weerstand hebben tegen het verplicht gebruik van de getallenlijn (Bobis & Bobis, 2005; Van den Heuvel-Panhuizen, 2008; Vermeulen & Eggen, 2013; Vermeulen et al., 2014). Bovendien resulteerde het verplicht stellen van de getallenlijn niet altijd in informatie over het strategiegebruik (Vermeulen & Eggen, 2013; Vermeulen, Scheltens, & Eggen, 2014). Op basis hiervan concluderen we dat de getallenlijn niet voor alle leerlingen uit groep 5 een geschikte methode is voor non-verbale strategie-identificatie. Wellicht is de getallenlijn meer geschikt voor zwakkere rekenaars uit groep 5.

Aanvullend, zou de getallenlijn voor jongere kinderen, bijvoorbeeld uit groep 4 (leerjaar 2 in Vlaanderen) geschikt kunnen zijn. In Nederland wordt de getallenlijn namelijk in groep 4 geïntroduceerd, waardoor deze leerlingen hoogstwaarschijnlijk nog geen negatieve associatie tussen de getallenlijn en lage rekenvaardigheid hebben ontwikkeld. Dit maakt het aannemelijk dat leerlingen uit groep 4 geen weerstand hebben tegen het verplicht gebruik van de getallenlijn. Daarnaast roept de associatie tussen lage rekenvaardigheid en de getallenlijn, de vraag op in hoeverre de getallenlijn een geschikte onderzoeksmethode voor leerlingen in het speciaal onderwijs is. Zeker voor leerlingen van wie de leerproblemen gerelateerd zijn aan een verbale beperking, is de getallenlijn, door het non-verbale karakter, een meer geschikte onderzoeksmethode. Daarnaast zijn leerlingen in het speciaal onderwijs mogelijk zwakker in rekenen doordat ze bijvoorbeeld een minder goed werkgeheugen hebben (Van den Heuvel-Panhuizen & Peltenburg, 2011). Deze leerlingen hebben daardoor meer behoefte aan de lege getallenlijn als hulpmiddel, waardoor de getallenlijn door deze groep leerlingen frequenter gebruikt wordt en dus meer geschikt is dan voor leerlingen uit het regulier onderwijs.

Verwacht werd dat een deel van de beperkingen van de lege getallenlijn, zoals het vastleggen van de sequentie van de sprongen, opgelost kon worden door gebruik te maken van een tabletapplicatie. Daarom had deze bijdrage als tweede doelstelling om na te gaan welke effecten de assessmentcondities *papier* en *tablet* op het gebruik van de getallenlijn hebben. Het opvallendste resultaat was de daling in de frequentie van het gebruik van de getallenlijn op de tablet van tijdstip 1 naar 2. Over de twee tijdstippen samengenomen werd de getallenlijn op papier vaker gebruikt. Dus, in tegenstelling tot wat uit eerder onderzoek met betrekking tot motivatie en tablets is gebleken (bijv., Couse & Chen, 2010), motiveerde de tablet niet om de getallenlijn vaker te gebruiken. Bovendien werd op de tablet vaker een hoofdrekenstrategie gebruikt, minder via *A10* en *A100* gesprongen en werden gemiddeld minder sprongen gebruikt om tot een oplossing te komen. Tot slot maakten leerlingen meer fouten op de getallenlijn op de tablet dan op papier. Samengevat impliceren deze resultaten dat de tablet vermoedelijk het gebruik van verkorte en meer foutgevoelige strategieën uitlokt, wat een ernstige beperking is voor de tabletapplicatie als strategie-identificatiemethode. Echter, gegeven de lage frequentie waarmee de getallenlijn is gebruikt, kan op basis van deze studie niet worden geconcludeerd dat de getallenlijnapplicatie een ongeschikte methode voor strategie-identificatie is.

Een mogelijke verklaring voor de negatieve tabletresultaten is dat het afnamedesign heeft geleid tot een daling in motivatie bij leerlingen om op de tablet de getallenlijn te gebruiken. Uit informele observaties bleek namelijk dat bijna alle leerlingen langer bezig waren met de tablettaak dan met de papieren taak. Leerlingen zaten in dezelfde ruimte met als gevolg dat ze konden vergelijken wie er verder was met het maken van de taak. Wanneer de leerling zijn of haar vaardigheid lager schat dan die van de medeleerling, kan dit een negatief effect op de motivatie van de leerling hebben (Summers, Schallert, & Ritter, 2003). In het huidige onderzoek kan de getallenlijn, door de associatie met een lage rekenvaardigheid (Beishuizen, 1993; Van den Heuvel-Panhuizen, 2008; Vermeulen & Eggen, 2013), dit effect hebben vergroot. Versterkend hieraan kregen de leerlingen geen feedback tijdens het maken van de taak en was de snelheid waarmee ze de taak maakten op dat moment de enige indicator van hun prestatie. Het is belangrijk om na te gaan welke aanpassingen in het onderzoeksdesign, bijvoorbeeld klassikale afname, feedback, of training met de applicatie, deze daling in motivatie kan voorkomen. Dit onderzoek was gericht op de identificatie van de in Paragraaf 2 beschreven strategieën. Met een tabletapplicatie kunnen, echter, handelingen waargenomen worden die op papier niet waargenomen kunnen worden, zoals het verbeteren van fouten. Afgevraagd kan worden welke cognitieve processen geïdentificeerd kunnen worden met tabletapplicaties, zoals de G3T4LL3NL1JNapp. Voor de interpretatie van logbestanden met data over het oplossingsproces is behoefte aan meer onderzoek gericht op theorievorming. Onderzoek met verschillende verbale en nonverbale methoden van strategie-identificatie in combinatie met de tabletapplicatie zou hieraan bij kunnen dragen.

6 Conclusie

Op basis van de resultaten van het G3T4LL3NL1JNapp onderzoek kan geconcludeerd worden dat de lege getallenlijn minder geschikt is als non-verbale strategie-identificatiemethode voor leerlingen in groep 5. Hierbij gaat het om de identificatie van strategieën in het domein optellen en aftrekken tot 1000. Zowel op papier als op de tablet werd de getallenlijn nauwelijks gebruikt, waardoor we niet in staat waren van alle leerlingen het strategiegebruik in kaart te brengen. De getallenlijn is mogelijk meer geschikt als onderzoeksmethode in groep 4 of in het speciaal onderwijs. De G3T4LL3NL1JNapp bleek verkort en minder accuraat strategiegebruik uit te lokken. Vervolgonderzoek zal moeten uitwijzen in hoeverre deze effecten toe te wijzen zijn aan het door ons gebruikte onderzoeksdesign of aan het gebruik van een tabletapplicatie. Onderzoek gericht op theorievorming rondom de interpretatie van tabletdata is van belang voor het verkennen van de mogelijkheden van tablets voor assessment en onderzoek.

Noten

[1] Dit onderzoek is onderdeel van het ICA (Improving Classroom Assessment) project dat wordt gesubsidieerd door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek; NWO MaGW/PROO: Project 411-10-750).

[2] Voor een volledige beschrijving van de methode van de pilotstudie, zie Vermeulen en Eggen (2013).

[3] Van sommige leerlingen waren de rekenvaardigheidsscores en leeftijd niet beschikbaar. Hierdoor wijkt deze *n* af van het totaal aantal leerlingen.

[4] De applicatie is in HTLM5 geprogrammeerd en draaide op een merkloos tablet met een Android 4.1.1 besturingssysteem en een 9,7 inch scherm (School Tab, 2013). De applicatie is ontworpen door de auteurs in samenwerking met Anton Béguin en geprogrammeerd door Patrick de Klein. Anton Béguin en Patrick de Klein zijn beide medewerkers van Cito, instituut voor toetsontwikkeling.

[5] Bij opgavetypen waar een N10 opgeteld moest worden konden leerlingen de eenheden negeren. Daarom is deze oplossing: 68 + 70 = via 68 + 40 = 108; 108 + 30 = 138 ook als A100 gecodeerd.

[6] In deze analyses zijn de oplossingen van *alle* leerlingen als onafhankelijke observaties beschouwd.

Literatuur

Baroody, A. J.,& Dowker, A. (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Beishuizen, M. (1993). Mental strategies and materials for models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second grades. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(4), 294–323. Verkregen van hppt://www.jstor.org/stable/749464

Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction, 10*, 221–247. doi:10.1016/S0959-4752(99)00028-6

Bobis, J., & Bobis, E. (2005). The empty number line: Making children's thinking visible. In M. Coupland, J. Anderson, & T. Spencer (Eds.), *Proceedings of the Twentieth Biennial Conference of The Australian Association of Mathematics Teachers* (pp. 66–72). Adelaide SA, Australia: The Australian Association of Mathematics Teachers. Verkregen van http://aamt.dbinformatics.com.au/index.php/content/download/19063/252036/file/mm-vital.pdf#page=72

Bobis, J. (2007). The empty number line: A useful tool or just another procedure? *Teaching Children Mathematics, 13*(8), 410–413. Verkregen van http://eric.ed.gov/?id=EJ764919

Bramald, R. (2000). Introducing the empty number line. *Education 3-13: International Journal of Primary, Elementary and Early Years Education, 28*, 5–12. doi:10.1080/03004270085200271

Buter, A., & Verschuren, M. (2013). Diagnostische gesprekjes in het reken-wiskundeonderwijs. Den Haag, Nederland: School Aan Zet. Verkregen van http://www.schoolaanzet.nl/uploads/tx_saz-content/Kwaliteitskaart_Diagnostische_gesprekjes_in_het_reken-wiskundeonderwijs.pdf

Campbell, J. I. D. (2008). Subtraction by addition. *Memory & Cognition, 36*, 1094–102. doi:10.3758/MC.36.6.1094

Cook, T. D., Campbell, D. T., & Day, A. (1979). *Quasi-experimentation: Design & analysis issues for field settings* (pp. 19-21). Boston: Houghton Mifflin.

Couse, L. J., & Chen, D. W. (2010). A tablet computer for young children? Exploring its viability for early childhood education. *Journal of Research on Technology in Education, 43,* 75–96. doi:10.1080/15391523.2010.10782562

De Smedt, B., Torbeyns, J., Stassens, N., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2010). Frequency, efficiency and flexibility of indirect addition in two learning environments. *Learning and Instruction, 20*(3), 205–215.

Dowker, A. (2005). *Individual Differences in Arithmetic.* Abingdon, UK: Taylor & Francis. doi:10.4324/9780203324899

Dowker, A. (2014). Young children's use of derived fact strategies for addition and subtraction. *Frontiers in Human Neuroscience, 7*, 1– 9. doi:10.3389/fnhum.2013.00924

Elia, I., Gagatsis, A., & Demetriou, A. (2007). The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction, 17*, 658–672. doi:10.1016/j.learninstruc.2007.09.011

Even, R. (2005). Using assessment to inform instructional decisions: How hard can it be? *Mathematics Education Research Journal, 17*, 45–61. doi:10.1007/BF03217421

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., … , & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(2), 130–162. Verkregen van http://www.jstor.org/stable/10.2307/749759

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology, 33*, 277–99. doi:10.1080/87565640801982361

Gravemeijer, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning, 6*, 105–128. doi:10.1207/s15327833mtl0602_3

Gravemeijer, K., Bowers, J., & Stephan, M. (2003). Learning trajectory on measurement and flexible arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education, 12*, 51–66. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/30037721

Hop, M. (Ed.) (2012). *Balans (47) van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 5. Uitkomst van de vijfde peiling in 2010. PPON-reeks* (Vol. 47). Arnhem, Nederland: Cito. Verkregen van http://www.cito.nl/onderzoek%20en%20wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten

Janssen, J., Scheltens, F., & Kraemer, J-M. (2006). *Primair onderwijs. Leerling- en onderwijsvolgsysteem. Rekenen-wiskunde groep 5*. Arnhem, Nederland: Cito.

Klein, A. S., Beishuizen, M., & Treffers, A. (1998). The empty number line in Dutch second grades: Realistic versus gradual program design. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*, 443 – 464. doi:10.2307/749861

Kraemer, J. M. (2009). *Balans (40) over de strategieën en procedures bij het hoofdrekenen halverwege de basisschool. PPON-reeks* (Vol. 40). Arnhem, Nederland: Cito. Verkregen van http://www.cito.nl/onderzoek%20en%20wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten

Kraemer, J. M. (2011). *Aftrekken onder de 100*. [Dissertatie]. Eindhoven, Nederland: Technische Universiteit Eindhoven.

Leighton, J. (2004). Avoiding misconception, misuse, and missed opportunities: The collection of verbal reports in educational achievement testing. *Educational Measurement: Issues and Practice, 23*, 6–15. doi:10.1111/j.1745-3992.2004.tb00164.x/abstract

Leighton, J. P., & Gierl, M. J. (2007a). Defining and evaluating models of cognition used in educational measurement to make inferences about examinees' thinking processes. *Educational Measurement: Issues and Practice*, *26*, 3–16. doi:10.1111/j.1745-3992.2007.00090.x

Leighton J. P., & Gierl, M. J. (Eds) (2007b).*Cognitive diagnostic assessment for education: Theory and applications.* Cambridge, UK: Cambridge University Press

Moyer, P., & Milewicz, E. (2002). Learning to question: Categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*, 293–315. doi:10.1023/A:1021251912775

Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2012). Children's use of subtraction by addition on large single-digit subtractions. *Educational Studies in Mathematics, 79*, 335–349. doi:10.1007/s10649-011-9308-3

Rupp, A. A., Templin, J., & Henson, R. A. (2010). *Diagnostic measurement: Theory, methods and applications.* New York, NY: Guildford.

School Tab (2013). *Specificaties tablet.* http://www.schooltab.be/index.php?page=tablets&product=1&sub=overzicht&language=nl

Schwarz, B., Wissmach, B., & Kaiser, G. (2008). "Last curves not quite correct": Diagnostic competences of future teachers with regard to modelling and graphical representations. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 777–790. doi:10.1007/s11858-008-0158-0

Siegler, R., S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking.* New York, NY: Oxford University Press.

Summers, J. J., Schallert, D. L., & Muse Ritter, P. (2003). The role of social comparison in students' perceptions of ability: An enriched view of academic motivation in middle school students. *Contemporary Educational Psychology*, *28*, 510–523. doi:10.1016/S0361-476X(02)00059-0

Teppo, A., & Heuvel-Panhuizen, M. van den. (2013). Visual representations as objects of analysis: The number line as an example. *ZDM Mathematics Education*, *46*, 45–58. doi:10.1007/s11858-013-0518-2

Torbeyns, J., De Smedt, B., Stassens, N., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Solving subtraction problems by means of indirect addition. *Mathematical thinking and learning*, *11*, 79–91. doi:10.1080/10986060802583998

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2006). The development of children's adaptive expertise in the number domain 20 to 100. *Cognition and Instruction, 24*, 439–465. doi:10.1207/s1532690xci2404_2

Vermeulen, J. A., & Eggen, T. J. H. M. (2013). Feedback over aftrekmethoden van leerlingen via de lege getallenlijn. Mogelijkheden en uitdagingen. In M. van Zanten (Ed.) *Rekenen-wiskunde op niveau. Verslag van de 31e Panama-conferentie gehouden op 31 januari en 1 februari 2013 te Utrecht* (pp. 93–107). Utrecht, Nederland: FIsme, Universiteit Utrecht.

Vermeulen, J. A., Scheltens, F., Eggen, T. J. H. M., Béguin, A. (2014). Using the empty number line in cognitive diagnostic assessment tools: possibilities and challenges. Manuscript in preparation.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). Learning from “didactikids”: An impetus for revisiting the empty number line. *Mathematics Education Research Journal*, *20*(3), 6 –31. http://www.springerlink.com/index/R3212763N-95PL0V0.pdf

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Peltenburg, M. (2011). A secondary analysis from a cognitive load perspective to understand. Why an ict-based assessment environment helps special education students to solve mathematical problems. *Research in Mathematics Education, 10*(1-2), 23–41.

Van Viersen, S., Slot, E. M., Kroesbergen, E. H., Van ’t Noordende, J. E., & Leseman, P. P. M. (2013). The added value of eye-tracking in diagnosing dyscalculia: A case study. *Frontiers in Psychology*, *4*, 1–13. doi:10.3389/fpsyg.2013.00679

Auteurs

Jorine A. Vermeulen is werkzaam bij Cito op de afdeling Psychometrisch Onderzoek en Kenniscentrum en verbonden aan de afdeling Onderzoek, Methodologie, Meetkunde en Data-analyse van de Universiteit Twente, **Floor Scheltens** is werkzaam bij Cito op de afdeling Toetsconstructie en **Theo J. H. M. Eggen** is werkzaam bij de afdeling Psychometrisch Onderzoek en Kenniscentrum van Cito en verbonden aan de afdeling Onderzoek, Methodologie, Meetkunde en Data-analyse van de Universiteit Twente.

Correspondentieadres: jorine.vermeulen@cito.nl

Abstract

Strategy identification using the empty number line: a comparison between paper-and-pencil and tablets

This paper discusses (a) the adequacy of the empty number line as a non-verbal strategy-identification method for strategies applied when solving additions and subtractions, and (b) the utility of tablets for identification of such strategies with the number line. One-hundred-twenty-three Dutch third grade students made two addition and subtraction tasks on paper and/or on a tablet, in which they could (voluntarily) use the empty number line. The results show that third grade students rarely use the number line. Additionally, the number line was less frequently used on the tablet. Moreover, students used shorter and more inaccurate strategies on the tablet. The implications of these results for the use of the number line as a non-verbal strategy-identification method, and the utility of tablets, are discussed.

Appendix

Kenmerken van de 40 optel- en aftrekitems

	Type	V1	PC	*f* GL	V2	PC	*f* GL
1	A (2n + 2n)	78 + 16 =	0.813	26	38 + 57 =	0.829	36
2	B (2n + N10)	68 + 70 =	0.805	22	78 + 60 =	0.789	23
3	C (3n + 2n)	259 + 23 =	0.772	22	649 + 24 =	0.748	22
4	D (3n + N10)	469 + 50 =	0.732	19	378 + 40 =	0.707	21
5	A	49 + 34 =	0.813	19	59 + 22 =	0.894	15
6	B	59 + 80 =	0.813	17	88 + 40	0.772	17
7	C	468 + 16 =	0.634	20	469 + 27 =	0.683	20
8	D	598 + 20 =	0.756	13	479 + 40 =	0.659	19
9*	A/B	69 + 17 =	0.821	16	48 + 90 =	0.821	19
10*	C/D	558 + 34 =	0.699	14	179 + 60 =	0.610	18
11	E (2n – 2n < 10)	62 – 58 =	0.577	19	45 – 39 =	0.610	20
12	F (2n – 2n > 10)	42 – 28 =	0.610	18	83 – 59 =	0.602	19
13	G (3n – 3n < 10)	282 – 279 =	0.593	15	543 – 538 =	0.618	20
14	H (3n – 2n > 10)	472 – 48 =	0.496	17	351 – 29 =	0.439	16
15	E	84 – 79 =	0.715	19	71 – 68 =	0.683	15
16	F	94 – 69 =	0.618	17	85 – 38 =	0.569	17
17	G	464 – 459 =	0.618	13	781 – 778 =	0.602	16
18	H	563 – 49 =	0.374	18	693 – 89 =	0.423	22
19*	E/F	31 – 29 =	0.626	10	72 – 28 =	0.618	19
20*	G/H	635 – 629 =	0.577	12	781 – 68 =	0.528	20

Noot. N10 = veelvoud van tien; PC = proportie correct; *f* GL = frequentie getallenlijn.

* Itemtypes die verschillen in versie 1 (V1) en 2 (V2)