

# Het onzichtbare zichtbaar maken: bespreking van vier bijdragen aan het onderzoek van cognitieve strategieën tijdens het rekenen

Ernest C. D. M. van Lieshout

## Samenvatting

Ter afsluiting van dit themanummer over de identificatie van strategiegebruik bij rekenen via niet-verbale methoden, worden de vier bijdragen aan dit themanummer mede aan de hand van enkele criteria besproken. Deze criteria hebben betrekking op de mogelijke meerwaarde van de niet-verbale methoden ten opzicht van verbale methoden. Het betreft de volgende criteria: (1) gaat het om een vernieuwende methode, (2) levert de methode nieuwe informatie op en (3) vergt de methode extra inspanning in training en kosten? De conclusie is dat die meerwaarde er in het algemeen is, maar dat triangulatie met andere methoden aanbevelenswaardig is.

## 1 Inleiding

Vaak is reeds de paradigmaverandering beschreven van de (radicaal) behavioristische naar de cognitief-psychologische benadering van het onderzoek naar mentale processen (zie bijvoorbeeld Mandler, 2002; Watrin & Darwich, 2012). Het (radicale) behaviorisme heeft een afkeer van het doen van uitspraken over niet observeerbare, mentale processen tussen stimuli (bijvoorbeeld een rekentaak) en de responsen (Moore, 2013). Met de komst de cognitieve psychologie is daar wel ruimte voor ontstaan (zie ook de Inleiding op dit themanummer). Neem bijvoorbeeld het oplossen van optelsommen tot 10. Als een kind het antwoord 8 geeft op een opgave als  $3 + 5$  zonder (zichtbaar) materialen te gebruiken, welke oplossingsstrategie heeft het kind hierbij dan gebruikt (Geary, Hoard, Byrd-Craven, & DeSoto, 2004)? Het kind kan geteld hebben. Dat kan op verschillende manieren, bijvoorbeeld door vanaf 1 te beginnen en alles te tellen, of vanaf 3 stil door te tellen (4, 5, 6, 7, 8) of, efficiënter, vanaf 5 (6, 7, 8). Een andere

mogelijkheid is dat het antwoord als rekenfeit onmiddellijk en automatisch tot stand is gekomen. Ook kan het dat eerst  $3 + 3 = 6$  als rekenfeit uit het geheugen is opgehaald en dat daarna het restant 2 is toegevoegd. Als het meezit, steekt een kind zijn vingers één voor één op en telt hij bovendien hardop. Maar vaak gebeurt dat niet en in het geval van een automatisch antwoord is er niets van het proces te zien, behalve dat het antwoord mogelijk erg snel wordt gegeven. Soms zijn de oplossingsprocessen in dit voorbeeld dus in belangrijke mate observeerbaar, maar soms ook geheel niet.

Geary et al. (2004), bijvoorbeeld, gingen over op verbale rapportage als niet duidelijk was hoe het kind de opgave had opgelost. De onderzoekers vroegen het kind hoe het de som had opgelost. In de diverse bijdragen in dit themanummer is echter al gewezen op de problemen die bij verbale rapportage kunnen ontstaan. Waar kan de onderzoeker die geïnteresseerd is in de niet (direct) zichtbare processen dan wel gebruik van maken als hij de problemen van verbale rapportage wil vermijden?

Dat kan door inferentie, zoals bij het gebruik van *primes* (bijvoorbeeld LeFevre, Bisanz & Mrkonjic, 1988) waarmee een verondersteld en onzichtbaar proces, in dit geval het ophalen van een rekenfeit uit het langetermijngeheugen, wordt geactiveerd. De onderzoekers vroegen hun proefpersonen te beoordelen of een cijfer gelijk was aan twee eerder getoonde cijfers. Het laatst getoonde, derde cijfer kon wel of niet gelijk zijn aan de som van de twee eerder getoonde getallen. Als het de som was, bleken de proefpersonen vaker een verkeerde beoordeling te geven en een langere reactietijd nodig te hebben dan wanneer dit cijfer niet gelijk aan de som was. Kennelijk bestaat er een dwingende automatische associatie tussen getallen en hun som

(een rekenfeit). Dit onderzoek is een voorbeeld van het gebruik van reactietijd als index van een proces. Op basis van zekere aannamen werd voorspeld dat de duur van de reactietijd beïnvloed zou worden door het plaatsvinden van een bepaald proces. Dat is in feite de redenatie bij alle chronometrische experimenten. De bijdrage van Peters, De Smedt, Torbeyns, Ghesquière en Verschaffel in dit themanummer is daar ook een voorbeeld van.

Een ander voorbeeld van een inferentiële werkwijze is het gebruik van beeldvormende technieken als fMRI. Als er voldoende kennis is over de functie van bepaalde hersengebieden, kan de mate van activatie van zulke gebieden tijdens een rekentaak iets zeggen over het aan de gang zijnde rekenproces. In dit themanummer zijn geen bijdragen op dit gebied, maar voor de geïnteresseerde lezer zijn voorbeelden te vinden in de studies van Kucian et al. (2011) en De Smedt, Holloway en Ansari (2011).

In het geval van de registratie van oogbewegingen, zoals in de bijdrage van Schot, van Viersen, van 't Noordende, Slot en Kroesbergen (dit themanummer), geeft de plaats waar het oog op gefixeerd is aan waar de persoon informatie vandaan haalt. Op een abstracter niveau kunnen patronen van oogfixaties iets zeggen over strategieën waarbij onderdelen van de stimulusconfiguratie worden vergeleken, zoals posities op de getallenlijn en referentiepunten (cf. Schot et al., dit themanummer). Ook hier, op het abstractere niveau, is dus inferentie nodig. Dat geldt zeker ook wanneer de tijdsduur van fixaties (net zoals bij reactietijdonderzoek) voor analyses wordt gebruikt.

Reactietijden, hersenactiviteit en oogbewegingen zijn inherent aan de uitvoering van een rekentaak. Een andere manier om 'verklikkers' van het aan de gang zijnde proces te gebruiken, is het uitlokken of voorschrijven van gedrag dat het proces hopelijk zichtbaar en meetbaar maakt. Onder dit gedrag valt het hardop denken (een vorm van verbale rapportage), maar ook het verplicht laten opschrijven van berekeningsstappen (bijvoorbeeld Beishuizen, van Putten en van Mulken, 1997) of het verplicht laten gebruiken van materiaal dat bij de oplossing kan helpen (Rasmussen &

Bisanz, 2005). Ook de bijdragen van enerzijds Vermeulen, Scheltens en Eggen (dit themanummer) en anderzijds Fagginger Auer, Hickendorff en van Putten (dit themanummer) vallen in deze categorie van onderzoek waarbij gedrag, dat inzicht kan geven in het aan de gang zijnde proces, wordt uitgelokt (zij het dat in deze twee onderzoeken het gedrag niet verplichtend werd voorgeschreven).

Bij de bespreking van de vier bijdragen wil ik enkele criteria gebruiken om tot een evalueatie te komen van de alternatieven voor verbale rapportages. Deze zijn: (1) is de methode of de toepassing vernieuwend, (2) levert de methode in vergelijking met verbale rapportage nieuwe of meer informatie op die ook voor theoretische verdieping kan zorgen, en (3) vergt de methode in vergelijking met verbale rapportage extra inspanning in training en kosten?

## **2 Strategiegebruik bij rekenen afleiden uit het schriftelijk werk van basisschoolleerlingen (Fagginger Auer, Hickendorff, & van Putten, dit themanummer)**

De auteurs zijn geïnteresseerd in het vaststellen van welke rekenstrategieën leerlingen gebruiken bij het vermenigvuldigen en delen. De auteurs noemen een aantal problemen die voorkomen bij het identificeren van de gebruikte rekenstrategie aan de hand van verbale rapportage door de leerling. Het gaat in de eerste plaats om de waarheidsgetrouwheid (*veridicality*) van de rapportage: hebben de leerlingen een zodanige toegang tot het proces dat zij dat kunnen beschrijven? In de tweede plaats betreft het de beïnvloedbaarheid van de keuze voor of de uitvoering van een bepaalde strategie als gevolg van de verbale rapportage (*reactivity*). Als laatste is het mogelijk dat de onderzoekssetting voor de leerlingen aanleiding geeft te denken dat van hen verwacht wordt dat ze een bepaalde strategie rapporteren (*demand induced bias*).

Door gebruik te maken van wat de leerlingen opschrijven bij het uitrekenen van de opgaven, willen de auteurs deze problemen

verminderen. Leerlingen schrijven op school vaak de stappen op bij het uitrekenen van een som. Het gaat dan om opgaven waarop het antwoord niet direct uit het hoofd te geven is. Volgens de auteurs kunnen deze notities de schematische wijze van het voorgeschreven rekenalgoritme of de informele berekeningswijze van de leerling weergeven. Daarbij gaat het vaak alleen maar om het opschrijven van de belangrijkste tussenantwoorden. De auteurs stellen dat aan de hand van deze spontane notities kan worden vastgesteld welke strategie de leerling gebruikt. Zij deden dit in een klassikale schriftelijke en in een individuele, schriftelijke situatie.

De auteurs merken op dat de proportie goede antwoorden fors hoger lag bij de individuele afnamen dan bij de klassikale afname. Dat zou volgens hen zowel kunnen liggen aan een verschil in moeilijkheidsgraad tussen de opgaven bij de twee afnamen, als aan meer inzet van de leerlingen in een één-op-één setting. Daarnaast bleken er verschillen te zijn in het voorkomen van bepaalde strategieën. De verschillen in accuratesse en strategiegebruik tussen beide afnamecondities zouden volgens de auteurs kunnen duiden op de eerder genoemde *reactivity of demand induced bias*. Men kan zich afvragen of met name het verschil in moeilijkheidsgraad wellicht ook invloed op de keuze van de strategieën heeft gehad. Bepaalde strategieën zullen mogelijk eerder bij eenvoudige dan bij moeilijk opgaven worden gebruikt en omgekeerd (Luwel, Onghena, Torbeyns, Schillemans & Verschaffel, 2009). Een replicatie van deze vergelijkingsstudie waarin de moeilijkheidsgraad van de opgaven voor de schriftelijke en verbale rapportage gelijk wordt gehouden, zou een goede aanvulling op het hier gepresenteerde onderzoek zijn. Tevens zou daarbij voorkomen moeten worden dat het verschil tussen klassikaal en individueel als storende variabele optreedt.

Bij de individuele afname mocht de leerling notities maken tijdens het oplossen van de opgave. Daarna werd de leerling gevraagd te vertellen hoe hij of zij de opgave had opgelost. Daarbij bleek dat het bijna nooit voorkwam dat de schriftelijke en mondelinge informatie tot de identificatie van verschil-

lende strategieën kwam. Het positieve daarvan is dat dit betekent dat er een hoge mate van overeenstemming was tussen beide rapportagevormen. Het sluit echter niet uit dat als leerlingen weten dat ze hun oplossing verbaal moeten toelichten, ze hun strategie daarop aanpassen als ze nog in de fase zitten waarbij ze aantekeningen maken over hun oplossingsstappen. Met andere woorden: de schriftelijke en mondelinge informatie stemt wel overeen, maar als ze alleen schriftelijk hadden hoeven te reageren, hadden ze mogelijk een andere strategie gekozen. De auteurs wijzen daar ook zelf op.

De auteurs noemen ook enkele nadelen van de door hen voorgestelde schriftelijke strategie-identificatie. Een van deze nadelen is dat de schriftelijke strategie-identificatie niet geschikt is voor alle typen opgaven. Opgaven kunnen bijvoorbeeld zo eenvoudig zijn dat ze direct uit het langetermijngeheugen kunnen worden opgehaald (*number fact retrieval*). Ik zou daaraan willen toevoegen dat de schriftelijke strategie-identificatie ook problematisch lijkt in het geval van telstrategieën die beginnende en zwakke rekenaars nog gebruiken om eenvoudige optel- en aftrekkopgaven uit te rekenen. Deze strategieën zijn gebaseerd op het tellen van objecten (dat kunnen de eigen vingers zijn, bijvoorbeeld Geary et al., 2004) of het tellen van de telwoorden die (stil) opgezegd worden (het zogenaamde dubbelsporig tellen, Fuson, 1992). In zulke gevallen zal toch eerder directe observatie of de registratie van reactietijden uitkomst bieden.

Na de vergelijking van de strategie-identificatie op basis van schriftelijk en verbaal materiaal, beschrijven de auteurs een tweetal studies. In het eerste van deze twee studies blijkt het percentage correcte antwoorden in de categorie 'antwoorden zonder uitwerking' lager te zijn dan in de categorieën 'niet-algoritmische schriftelijke uitwerkingen', 'cijferalgoritme' en 'kolomsgewijze algoritme'. De auteurs wijzen er op dat dit overeenstemt met eerder onderzoek en dat dit een verklaring kan zijn voor de gedaalde vaardigheid van leerlingen in het oplossen van vermenigvuldigingen en delingen. Hieruit zou opge- maakt kunnen worden dat het niet opschrij-

ven van rekenstappen of tussenuitkomsten de kans op een goed antwoord verkleint. Dat klinkt plausibel. Maar het kan ook zo zijn dat de leerlingen weinig opschrijven omdat ze niet goed weten hoe ze de opgave moeten oplossen. Als echter naar de eerder genoemde vergelijking van de proportie goede antwoorden bij de klassikale en individuele schriftelijke afnamen wordt gekeken, valt op dat er meer goede antwoorden bij de individuele dan de klassikale afnamen worden gegeven. Kennelijk zijn de kinderen dan wel in staat vaker goede antwoorden te geven. Dit lijkt de hypothese te ondersteunen dat het opschrijven instrumenteel bij het rekenproces is en niet zozeer slechts een indicatie van de vaardigheid van de leerling. Ik ga hierbij even voorbij aan de andere besproken verklaringen voor het verschil in prestaties tussen de schriftelijke en mondelinge rapportages.

Het tweede onderzoek, waarin de notities van de leerling werden gebruikt om de gebruikte strategie te identificeren, betrof de invloed van contexten in vergelijking met kale opgaven op het strategiegebruik en de rekenprestaties. Er wordt één voorbeeld van een contextopgave gegeven en dat is in mijn optiek vooral een voorbeeld van een redactieopgave. Een redactieopgave bestaat alleen uit tekst en bevat de aantallen en de beschrijving van de wiskundige operatie (bijvoorbeeld delen) die nodig is om het antwoord te berekenen. Een contextopgave kan daarentegen een grote verscheidenheid aan vormen aannemen, waarbij bijvoorbeeld plaatjes voorkomen. Het lijkt mij daarom interessant om de schriftelijke notities in te zetten als onderzoeksinstrument bij het zoeken naar meer contextspecifieke invloeden op strategiegebruik en rekenprestaties. Zo weten we uit het vele onderzoek met eenvoudige redactieopgaven (bijvoorbeeld Carpenter & Moser, 1984; Verschaffel & De Corte, 1993) dat de semantische structuur van de tekst invloed heeft op de oplossingsstrategie. Wat betreft plaatjes weten we ook dat die een (niet altijd positieve) invloed kunnen hebben op de rekenprestaties (Berends & van Lieshout, 2009; van Lieshout & Berends, 2009) en daarmee mogelijk ook op de strategieën.

Als ik de hier beschreven techniek van

schriftelijke strategie-identificatie toets aan de criteria die ik in de inleiding heb gesteld, dan zou ik de techniek willen aanduiden als vernieuwend omdat het grootscheepse dataverzameling over strategiegebruik op een goedkope wijze, wegens de lage inzet van scoorders in vergelijking met verbale rapportages, mogelijk maakt. Daarbij worden weliswaar geen nieuwe variabelen aangeboord. Het gaat immers om dezelfde soorten strategieën in de schriftelijke en de 'klassieke' verbale rapportages. Maar juist het gemak en de validiteit van de schriftelijke methode bieden nieuwe kansen voor het meten bij wetenschappelijk onderzoek, diagnostiek en interventie.

### **3 Het flexibel gebruik van de indirecte optelstrategie bestudeerd via de analyse van reactietijden (Peters, De Smedt, Torbeyns, Ghesquière, & Verschaffel, dit themanummer)**

In navolging van Campbell (2008) stellen de auteurs dat 'wanneer een aftrekopgave is voorgesteld als puntsom [...] de indirecte optelstrategie [...] gemakkelijk uitgevoerd [kan] worden, terwijl een opgave met  $a - b = .$  vorm een mentale herrepresentatie vereist (vice versa voor het uitvoeren van een directe aftrekstrategie [...]). Een ongemakkelijke presentatievorm vraagt dus om een herrepresentatie naar een gemakkelijker vorm. En dat cognitieve proces kost tijd. Toch is het de vraag of er wel altijd een herrepresentatie plaatsvindt. Het kan ook zijn dat de strategie die door de opgavevorm wordt gesuggereerd toch uitgevoerd wordt. Dus dat bijvoorbeeld in het geval van  $71 - 69$  geen informatie naar  $69 + . = 71$  wordt gemaakt om daarop een indirect opteloperatie uit te voeren, maar dat toch de lastiger directe aftrekstrategie wordt uitgevoerd. Ook dat kan tijd kosten. Met andere woorden, de reactietijdanalyse duidt in dit geval wel op een extra cognitieve inspanning door een minder gunstige opgavevorm, maar wat dat precies in termen van strategiestappen betekent, blijft nog in het ongewisse. Belangrijk is in ieder geval dat de onderzoekers hebben laten zien dat er een

cognitieve prijs zit aan het herrepresenteren van de opgavevorm, dan wel het uitvoeren van een relatief inefficiënte strategie die door de opgavevorm wordt uitgelokt.

Een directe vergelijking van de reactietijden van de normaalvorderende kinderen en de kinderen met rekenproblemen zou ook interessant zijn geweest. Vergelijking van de Figuren 1 en 2 laat namelijk zien dat het verschil in gemiddelde reactietijd tussen de opgaven in de standaardvorm ( $71 - 2 =$  of  $71 - 69 =$ ) en de puntsomvorm ( $2 + . = 71$  of  $69 + . = 71$ ) (disproportioneel) groter is bij de kinderen met rekenproblemen dan bij de normaalvorderende kinderen. Uiteraard is deze vergelijking problematisch: In het geval van de laatste groep werd de RT van zowel een fout als goed antwoord gebruikt voor de analyse, wegens gebrek aan goede antwoorden, terwijl in het geval van de normaalvorderende kinderen alleen de RT van een goed antwoord werd gebruikt. Maar laten we eens aannemen dat de reactietijden wel vergelijkbaar zijn en dat het bovendien significante verschillen betreffen. Waarom hebben de kinderen met rekenproblemen dan extra veel tijd nodig voor opgaven in de ongemakkelijke presentatievorm ( $2 + . = 71$  of  $71 - 69 =$ ) in vergelijking met de normaalvorderende kinderen?

Als de hierboven gegeven interpretatie juist is dat de 'ongemakkelijke' presentatievorm niet zozeer tot herrepresentatie hoeft te leiden, maar ook tot het moeizaam uitvoeren van de door de opgavenvorm gesuggereerde strategie, dan dringen zich twee mogelijke verklaringen op voor het verschil in reactietijd tussen de twee groepen kinderen. In de eerste plaats zou het kunnen dat het de kinderen met rekenproblemen meer inspanning kost de herrepresentatie uit te voeren dan de normaalvorderende kinderen. De andere mogelijkheid is dat de kinderen met rekenproblemen vaker dan de kinderen zonder rekenproblemen geen herrepresentatie uitvoeren, maar de door de opgavenvorm gesuggereerde, cognitief veeleisendere strategie. Dit zou opgevat kunnen worden als een minder flexibel strategiegebruik. Verder onderzoek zou dit aan het licht moeten brengen. Dit zou bijvoorbeeld kunnen door de leerlingen te vragen de stappen in hun berekening op te

schrijven. Daar is al veel ervaring mee opgedaan (bijvoorbeeld Beishuizen et al., 1997; van Lieshout & Meijers, 2002) en sluit ook enigszins aan op de aanpak van Fagginger Auer et al. in dit themanummer. Zo'n werkwijze ligt dan meer voor de hand in het domein van opgaven tussen 20 en 100 dan onder de 20, omdat in het laatste geval vaak telstrategieën of rekenfeiten zullen worden toegepast (zie mijn opmerking daarover bij de bespreking van de bijdrage van Fagginger Auer et al.).

De kwestie of kinderen met rekenproblemen minder flexibel in hun rekenstrategieën zijn dan kinderen zonder rekenproblemen (een kwestie die de auteurs in hun artikel aanstippen) is een interessant probleem dat ook in conceptueel opzicht nader verfijnd zou moeten worden. Dat ook de kinderen met rekenproblemen, zoals de auteurs hebben aangetoond, hun strategie aanpassen aan de opgavenvorm, de relatieve grootte van de aftrekker en verschil en de numerieke afstand tussen aftrekker en verschil, kan als flexibel worden beschouwd. Hoewel hun strategiekeuze wel aangestuurd lijkt te zijn door de opgavenkenmerken. Een verdere conceptualisatie van flexibiliteit zou zijn dat de leerling tegen de gesuggereerde strategie door de opgavenvorm, toch voor de meest efficiënte strategie kiest. Om dit verder te onderzoeken zou ook in dit geval uitgeweken kunnen worden naar het laten noteren van tussenuitkomsten. Anderzijds zou wellicht de, voor deze auteurs vertrouwde, *choice/no-choice* methode gebaseerd op reactietijden kunnen worden gebruikt om zicht te krijgen op de relatieve efficiëntie van de oplossingsstrategieën (Torbeys, Verschaffel, & Ghesquière, 2002).

Ook bij deze bijdrage kan vergeleken worden met de vooraf opgestelde criteria. Hoewel het chronometrisch onderzoek, beroemd geworden door werk van Groen en Parkman (1972), al een lange en succesvolle traditie kent, is in deze bijdrage weer een nieuw en belangrijk gebied van rekenstrategieën bij complexere optel- en aftrekopgaven opgelegd. Reactietijden hebben ook het voordeel dat ze continu variabel zijn en daardoor vaak gevoeliger voor experimentele manipulaties zijn dan bijvoorbeeld accuratesse. In een

onderzoekssituatie zal het doorgaans weinig extra inspanning en geld kosten om reactietijden te meten als de opgaven toch al op een computerscherm worden aangeboden en minder tijd vragen voor het scoren en het trainen van het scoren dan in het geval van verbale rapportages. Verder kan deze lijn van onderzoek, bij voorkeur gecombineerd met andere, aanvullende methodieken zoals het laten noteren van tussenuitkomsten of de *choice/no-choice* methode, nieuwe theoretische inzichten opleveren over de eventuele cognitieve her-representaties die de leerling uitvoert en over het type flexibiliteit waarin betere rekenaars zich van zwakkere onderscheiden. Voor de diagnostiek of de evaluatie van interventies zal toepassing zonder computer in de praktijk nog niet goed mogelijk zijn. Veeleer zullen inzichten, die uit dit onderzoek voortkomen, voor de praktijk van belang kunnen zijn.

#### **4 Strategie-identificatie met de lege getallenlijn: een vergelijking tussen tablet en papier (Vermeulen, Scheltens, & Eggen, dit themanummer)**

De auteurs doen verslag van een onderzoek waarin ze vergeleken of er verschillen zijn in het identificeren van rekenstrategieën bij het gebruik van de getallenlijn op papier of op een tablet. De onderzoekers lieten het daarbij over aan de leerlingen of ze al dan niet de getallenlijn wilden gebruiken. De onderzoekers lieten die keuze vrij omdat een verplichting tot vermindering van motivatie zou leiden. Het vrijlaten om de getallenlijn te gebruiken, leidde zowel in de papieren versie als in de tabletversie tot een teleurstellend laag gebruik van de getallenlijn. In de papieren versie was dat 16,9% en in de tablet versie slechts 10,2%. Bovendien nam het gebruik van de getallenlijn op de tabletversie van de eerste naar de tweede meting sterker af dan bij de papieren versie. In de gevallen waarin de getallenlijn niet werd gebruikt, was daarmee ook geen strategie-identificatie mogelijk. Het lijkt daarom de moeite waard om uit te zoeken in hoeverre verplicht gebruik van de getallenlijn tot meer strategie-identificatie

leidt. Daarbij bestaat de zorg dat sommige leerlingen zich daar tegen verzetten, zoals de auteurs aangeven op basis van nog niet gepubliceerde studies van hun hand. Helaas is niet duidelijk hoe groot dit probleem is en onder welke condities dit optreedt.

Wellicht is het interessant ook hierbij de *choice/no-choice* methode (Luwel et al., 2009; Siegler en Lemaire, 1997; Torbeyns, Verschaffel, & Ghesquière, 2002) toe te passen. De *no-choice* condities zouden kunnen worden gebruikt voor twee strategieën: verplicht de getallenlijn gebruiken en verplicht geen getallenlijn gebruiken. De getallenlijn conditie zou eventueel nog gesplitst kunnen worden in een conditie met de getallenlijn op papier en een conditie met de tabletversie. Daarnaast is er dan nog de *choice* conditie nodig. Daar zou de leerling de keuze mogen hebben tussen geen of wel een getallenlijn gebruiken en dan ofwel op papier of met de tablet. Op deze wijze is de efficiëntie van de verschillende methoden in de *no-choice* condities te meten en te vergelijken. Deze methode kan mogelijk ook licht werpen op het belang van de vrijwilligheid voor de motivatie van de leerling. Wel lijkt het van belang bij verder onderzoek rekening te houden met de suggestie van de auteurs van deze bijdrage, dat het wellicht beter is de getallenlijn bij minder vaardige leerlingen te gebruiken. Dat wil zeggen bij leerlingen van groep 4 en leerlingen in het speciaal (basis)onderwijs.

Als de opgaven moeilijk zijn of de leerling onvoldoende vaardigheid heeft, zou het gebruik van de getallenlijn als rekenhulp eerder te verwachten zijn dan bij makkelijke opgaven of vaardige leerlingen. De leerlingen bleken de getallenlijn op de tablet echter vaker voor optellen dan voor aftrekken te gebruiken, terwijl optellen in het algemeen gemakkelijker is (Campbell, Fuchs-Lacelle, & Phenix, 2006). Wel bleken de minder vaardige leerlingen de getallenlijn meer te gebruiken dan de vaardige. Kennelijk vormde de getallenlijn voor zwakker presterende leerlingen wel een steun. Dat de getallenlijn minder voor de moeilijker aftrekopgaven werd gebruikt, kan het gevolg zijn van het feit dat onder de aftrekopgaven met honderdtallen nogal wat opgaven voorkwamen waarbij het

honderdtal van beide getallen hetzelfde was en er niet geleend hoefde te worden van 100, bijvoorbeeld 635 – 629. De auteurs wijzen er op dat geobserveerd werd dat leerlingen in zo'n geval de honderdtallen tegen elkaar wegstreepen. Zo'n voordeel bestaat niet bij het optellen. Ook hier zou het choice/no-choice paradigma goede diensten kunnen bewijzen door de condities te kruisen met verschillende categorieën opgaven, waardoor meer duidelijkheid ontstaat over de bruikbaarheid van verschillende implementaties van de getallenlijn bij verschillende somcategorieën. Er zit natuurlijk wel een prijs aan zulke designs: ze kunnen tamelijk complex worden.

Hoewel de opbrengst van het gebruik van de tablet vooralsnog tegenviel, lijkt het toch interessant te onderzoeken of de tablet met getallenlijn voor oefen- en instructiedoeleinden kan worden ingezet. Daar zijn wel een aantal voorwaarden aan verbonden. Ik noem er twee. In de eerste plaats moet duidelijk zijn dat er geen gebreken zijn aan de *user interface*, waardoor een leerling gefrustreerd en daarmee gedemotiveerd raakt. Preciezer gezegd: het werken met een getallenlijn op de tablet mag niet stroever en foutgevoeliger dan het werken met de getallenlijn op papier zijn. Er moet eerder een voordeel zijn aan het werken met een tablet. Als de leerlingen langer bezig zijn met de getallenlijn op de tablet (zoals de auteurs melden) en bovendien minder presteren dat met de getallenlijn op papier, wijst dat niet op een voordeel. Een belangrijk voordeel ten opzichte van papier kan zijn dat de tablet online feedback zou kunnen geven. Dat brengt me op een tweede voorwaarde. Wat is het optimale moment om met het geven van feedback te starten? Als de leerling start met het tekenen is waarschijnlijk nog vaak niet duidelijk welke strategie het gaat worden. Dus is voorzichtigheid met het geven van feedback geboden.

Op zich is het gebruik van computers bij het diagnosticeren van rekenfouten (zie Brown & Burton, 1978 voor het achterhalen van misconcepties bij kolomsommen) niet nieuw. Maar het inzetten van tablets levert door het gebruiksgemak interessante mogelijkheden op, die waarschijnlijk nog verder uitgebuit kunnen worden. In die zin is deze

toepassing vernieuwend. Een interessante vraag is ook wat de online monitoring van het werken met de getallenlijn op het tablet aan bruikbaarere informatie kan opleveren dan een ingevulde getallenlijn op papier. Omdat in het huidige onderzoek nog niet de diagnostische meerwaarde kon worden aangetoond is uiteraard eerst meer ontwikkelingswerk en onderzoek nodig. Wanneer tabletgebruik in school steeds meer gemeengoed gaat worden, hoeven de kosten van het gebruik van een tablet niet hoog te zijn. Afgezien van het ontwikkelingswerk voor de tabletapplicatie, is het vergaren van informatie over de oplossingsstrategie in principe eenvoudiger dan individuele sessies waarin via verbale rapportage, eventueel met een getallenlijn op papier, informatie wordt vergaard.

## 5 Strategiegebruik op de Getallenlijntaak geanalyseerd met behulp van Eye-tracking (Schot, van Viersen, van 't Noordende, Slot, & Kroesbergen, dit themanummer)

Enkele decennia geleden was het registreren van oogbewegingen nog redelijk ingewikkeld en belastend voor de proefpersonen (van Lieshout, 1982). Tegenwoordig is de registratieapparatuur echter steeds gemakkelijker te bedienen en voor de proefpersoon comfortabeler geworden. Dat maakt het steeds aantrekkelijker om oogbewegingen te registreren. Niettemin blijven er lastige kwesties bij de operationalisaties. Daar wijzen de auteurs ook zelf op in hun discussie. Het begint al met de operationalisatie van een fixatie, de plek waar het gevoeligste deel (de fovea) van het netvlies op is gericht. De fixatie wordt vaak gedefinieerd in termen van plaats gerelateerd aan de grootte van de fovea (ongeveer 2 hoekgraden) of het nagenoeg niet verplaatsen van de fixatie (zoals in de bijdrage van Schot et al.) en de duur die lang genoeg moet zijn om informatieopname mogelijk te maken. De auteurs zijn expliciet in hun operationalisatie, maar er blijft in het oogbewegingsonderzoek in het algemeen altijd een arbitrair aspect aan zo'n operationalisatie zitten. Vervolgens zijn er beslissingen nodig over het aggregatiem-

veau. Dat kan bijvoorbeeld de duur van het totaal aantal fixaties in een bepaald gebied zijn. Of het kan gaan om patronen van fixaties zoals in dit artikel aan de orde is. Zo'n patroon bestaat hier bijvoorbeeld uit een vooruittelstrategie op de getallenlijn om de positie van het gegeven getal op de lijn aan te geven. De auteurs gebruikten ook een zone-indeling om de kwaliteit van de fixaties als maat voor getalbegrip in kaart te brengen. Deze zone-indeling bevat naar mijn idee ook een aantal arbitraire beslissingen over de zonegrenzen en de vorm van de zones. Maar waar het uiteindelijk om gaat is of daarmee een verschil tussen de kinderen zonder en met rekenproblemen kan worden gevonden en dat kon.

Intrigerend is wat de auteurs bedoelen met een geautomatiseerde respons. Zij definiëren dat als een respons waarbij alle fixaties rond de gegeven respons [op de getallenlijn] waren (+/- 5%) en deze respons juist was (+/- 5%) zonder het gebruik van een referentiepunt. Zo'n automatische respons staat tegenover responsen waarbij het kind een referentiepunt heeft gefixeerd. De vraag is dan, als toevalstreffers worden uitgesloten, hoe het kind in het geval van de 'automatische' respons tot een goede respons kon komen zonder dat een referentiepunt werd gefixeerd. Het kan zijn dat het referentiepunt wel is gezien, maar zonder foveale fixatie. Bekend is dat ook in het parafoveale en zelfs perifere gebied van het netvlies informatie opgenomen kan worden (Rayner, 1986). Dit geeft ook meteen een zwakte van de techniek aan. Terwijl het observeren van een fixatie gebruikt wordt om te bepalen waar de proefpersoon informatie opneemt, blijkt het ook mogelijk dat de proefpersoon, een weliswaar beperktere hoeveelheid, informatie buiten het fixatiegebied opneemt. Daarnaast rapporteren de auteurs dat er trials waren waarvan de informatie niet in de analyse werd gebruikt omdat het kind meer dan één referentiepunt fixeerde. Dat verstoort inderdaad de interpreteerbaarheid van de data, maar is misschien ook een belangrijk fenomeen dat iets kan zeggen over de gebruikte strategie. Dat vraagt om verder onderzoek.

Misschien ligt de oplossing voor het probleem van extrafoveale (dat wil zeggen parafo-

veale en perifere) informatieopname in de toepassing van *eye contingent display changes* (Rayner, 1986, 1998). Deze techniek heeft bij het leesonderzoek bijvoorbeeld aangetoond dat het gebied waaruit informatie wordt opgenomen (in talen waarbij van links naar rechts wordt gelezen) drie letters links en veertien tot vijftien letters rechts van het fixatiepunt ligt. Voor woordidentificatie is dit ongeveer drie letters links en slechts vijf tot zes letters rechts van de fixatie (Rayner, 1986, 1998). De techniek bestaat uit een venster op de tekst dat meeschuift met het fixatiepunt. Alleen de tekst in het venster is leesbaar. Daarbuiten zijn de letters gemaskeerd (bijvoorbeeld vervangen door een 'X'). Ook zijn er studies verricht waarbij op het moment dat de saccade (de oogsprong naar het volgende fixatiepunt) startte, de informatie op de geplande landingsplek van de saccade werd veranderd. (Dat kan omdat bij de start van de saccade het landingspunt al vaststaat.) Daarmee kan onder andere ook bestudeerd worden of de nog niet veranderde informatie al dan niet gezien is. Ook bij visuele zoektaken bij plaatjes, zijn dergelijke technieken gebruikt (bijvoorbeeld Greene, Pollatsek, Masserang, Lee, & Rayner, 2010). In een situatie zoals het werken met een getallenlijn en slechts drie getallen (het referentiepunt links, het referentiepunt rechts en het aangeboden getal midden onder) en daarnaast nog een referentiepunt zonder getal in het midden van de lijn (Figuur 1), zijn waarschijnlijk slechts weinig fixaties nodig om toch de benodigde informatie hierover op te nemen. Daarnaast is het ook mogelijk om informatie buiten het fixatiepunt te vervagen waardoor extra fixaties nodig zijn, die de informatie weer scherp laten worden (Rayner, 1996). Het is misschien een interessante uitdaging een dergelijke fixatiecontingente stimulusaanbieding bij het getallenlijnonderzoek te gebruiken om het fixatiepunt een sterkere rol als indicator van de oplossingsstrategie te maken.

De auteurs besluiten met enkele aanbevelingen met betrekking tot het gebruik van oogbewegingsregistratie. In de eerste plaats noemen zij de mogelijkheid, dat inzichten die op deze registratietechniek zijn gebaseerd, aanknopingspunten kunnen bieden voor



instructie, zonder dat daarbij steeds oogbewegingsregistratie nodig is. Hierbij zou ik willen aantekenen dat voorzichtigheid geboden is bij het interpreteren van de fixatiedata in termen van oorzaak en gevolg. De fixaties kunnen gezien worden als onderdeel van een instrumentele manier van kijken om informatie te vinden in een bottom-up proces dat tot bepaalde cognitieve processen leidt. In zo'n geval zou kunnen worden overwogen dit kijkgedrag te trainen. Anderzijds kunnen de fixaties worden beschouwd als een onderdeel of index van een (top-down) centraal cognitief proces dat het visueel zoeken van informatie aanstuurt. In zo'n geval zou training van het kijkgedrag geen zin hebben. Bij het onderzoek naar de oogbewegingen van dyslectici is gebleken dat hun kijkgedrag overeenkomt met de tweede mogelijkheid: hun afwijkende fixatiepatroon wordt aangestuurd door tekortkomingen in het centrale cognitieve proces (Rayner, 1986, 1998). Een ander toepassingsgebied, dat de auteurs noemen, is dat van het redactierekenen. Inderdaad is daar reeds enig werk verricht (zie ook Dewolf, Van Dooren, Hermens, & Verschaffel, in press). Meer speciaal is op dat gebied ook een vergelijking gemaakt in strategiegebruik van leerlingen die succesvol of niet succesvol waren in het oplossen van een bepaald type redactieopgave (van der Schoot, Bakker Arkema, Horsley, & van Lieshout, 2009). Daarbij bleken vooral regressies (terugkijken naar eerder gelezen tekst) een belangrijk bron van verschil tussen goede en zwakke presteerders te zijn.

Het nieuwe van dit onderzoek ligt in het zichtbaar maken van verschillen in strategieën voor het uitvoeren van een getallenlijntaak tussen leerlingen zonder en met ernstige rekenproblemen. Daarin lijkt de hier gehanteerde onderzoekstechniek veelbelovend. Er kunnen nieuwe inzichten ontstaan die belangrijk zijn voor zowel de theorie als de praktijk. Inzet voor de diagnostiek, een punt dat de auteurs ook aanstippen, ligt nog niet erg voor de hand. Naast de redenen die de auteurs noemen, zijn dat toch ook nog wel de complexiteit en de kosten. De technologische vernieuwingen gaan echter snel.

## 6 Slotwoord

Als afsluiting van dit themanummer zijn de vier bijdragen besproken. De vraag was of de registratiemethoden die in deze bijdragen zijn beschreven een goed alternatief voor verbale rapportage vormen. Met de toetsing aan de criteria die ik vooraf heb opgesteld, lijkt mij dat zeker het geval. De bijdragen verschillen in nieuwheidswaarde, informatiewaarde en inspanning en ook is de ene methode al wat beter uitgerijpt dan de ander. Maar alle bijdragen laten reeds interessante resultaten of op zijn minst interessante perspectieven zien. Dat wil niet zeggen dat verbale rapportage overbodig is. Met alle inherente problemen en resultaten die soms niet in lijn zijn met de resultaten van alternatieve methoden, is het van belang waar nodig verbale rapportages in een triangulatie met de hier beschreven methoden met beleid in te zetten. Meer in het algemeen kan het behulpzaam zijn om meerdere methoden naast elkaar te gebruiken. Bij methoden waarbij gedrag geregistreerd wordt dat inherent is aan het taakgedrag (reactietijd, oogbewegingen) is dit behulpzaam omdat de rekenstrategie niet rechtstreeks wordt geobserveerd, maar afgeleid wordt uit de registraties. Bij methoden waarbij de strategie voor een groot deel zichtbaar is, zoals bij het gebruik van spontane notities van tussenstappen en bij het gebruik van een getallenlijn, kan dit behulpzaam zijn omdat het uitlokken van het zichtbare deel van de strategie invloed op het strategie zelf kan hebben.

## Literatuur

### Literatuur

- Beishuizen, M., van Putten, C. M., & van Mulken, F. (1997). Mental arithmetic and strategy use with indirect number problems up to one hundred. *Learning and Instruction, 7*, 87-106.
- Berends, I. E., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2009). The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction, 19*, 345-353.
- Brown, J. S., & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basis mathe-

- mathematical skills. *Cognitive Science*, 2, 155-192.
- Campbell, J. I. D. (2008). Subtraction by addition. *Memory & Cognition*, 36, 1094-1102.
- Campbell, J. I. D., Fuchs-Lacelle, S., & Phenix, T. (2006). Identical elements model of arithmetic memory: Extension to addition and subtraction. *Memory & Cognition*, 34, 633-647.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- De Smedt, B., Holloway, I. D., & Ansari, D. (2011). Effects of problem size and arithmetic operation on brain activation during calculation in children with varying levels of arithmetical fluency. *NeuroImage*, 57, 771-781.
- Dewolf, T., Van Dooren, W., Hermens, F., & Verschaffel, L. (in press). Do students attend to representational illustrations of non-standard mathematical word problems, and, if so, how helpful are they? *Instructional Science*.
- Fuson, K. (1992). Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. In G. Leinhardt, R. Putnam, & R. A. Hatrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 53-189). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88, 121-151.
- Greene, H. H., Pollatsek, A., Masserang, K., Lee, Y. J., & Rayner, K. (2010). Directional processing with the perceptual span during target localization. *Vision Research*, 50, 1274-1282.
- Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, 79, 329-343.
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., Gälli, M., Martin, E., & von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 57, 782-795.
- LeFevre, J., Bisanz, J., & Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory & Cognition*, 16, 45-53.
- Luwel, K., Onghena, P., Torbeyns, J., Schillemans, V., & Verschaffel, L. (2009). *European Psychologist*, 14, 351-362.
- Mandler, G. (2002). Origins of the cognitive (re)volution. *Journal of History of the Behavioral Sciences*, 38, 339-353.
- Moore, J. (2013). Tutorial: Cognitive psychology as a radical behaviorist views it. *The Psychological Record*, 63, 667-680.
- Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 137-157.
- Rayner, K. (1986). Eye movements and the perceptual span in beginning and skilled readers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 41, 211-236.
- Rayner, K. (1998). Eye movements in reading and information processing: 20 years of research. *Psychological Bulletin*, 124, 372-422.
- Torbeyns, L., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2002) Efficiëntie en adaptiviteit van strategiegebruik bij elementaire rekensommen bestudeerd via de 'choice/no-choice'-methode. *Pedagogische Studiën*, 79, 89-102.
- Siegler, R. S., & Lemaire, P. (1997). Older and younger adult's strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126, 71-92.
- Van der Schoot, M., Bakker Arkema, A. H., Horsley, T. M., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2009). The consistency effect depends on markedness in less successful but not successful problem solvers: An eye movement study in primary school children. *Contemporary Educational Psychology*, 34, 58-66.
- Van Lieshout, E. C. D. M. (1982). Oogbewegingsonderzoek: methode, resultaten en betekenis voor onderzoek van het onderwijs. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 7, 145-171.
- Van Lieshout, E. C. D. M., & Berends, I. E. (2009). Het effect van illustraties bij rekenopgaven: hulp of hinder? *Pedagogische Studiën*, 86, 350-368.
- Van Lieshout, E. C. D. M., & Meijers, F. (2002). Hoofdrekenstrategieën voor optellen en aftrekken tot 100 bij hoogbegaafde leerlingen en leerlingen met leerproblemen. *Pedagogische Studiën*, 79, 103-116.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1993). A decade of

research on word problem solving in Leuven: Theoretical, methodological, and practical outcomes. *Educational Psychology Review*, 5, 239-256.

Watrin, J. P., & Darwich, R. (2012). On behaviorism in the cognitive revolution: Myth and reactions. *Review of General Psychology*, 16, 269-282.

## Auteur

Ernest C. D. M. van Lieshout is als emeritus hoogleraar Orthopedagogiek met betrekking tot Onderwijsleerproblemen verbonden aan de afdeling Onderwijsneurowetenschap van de Vrije Universiteit Amsterdam.

*Correspondentieadres:*

E.C.D.M.van.Lieshout@vu.nl